1503/5

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXII (XXVI)

Fasc. 1–2

SECŢIA V CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1976

4883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXII (XXVI)

Fasc. 1—2

SECŢIA V

CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1976

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU
prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar),
conf. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

V. CONSTRUCȚII, ARHITECTURĂ

Prof. dr. ing. C. CIOBANU
Prof. dr. ing. VL. BOGHIAN
Prof. dr. ing. ADR. RADU

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2 1976

Secţia V

CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

SUMAR

Pag.

ŞT. JERCA, I. CIONGRADI şi C. AMARIEI, Calculul structurilor plane static nedeterminate realizate din materiale cu comportare neliniară (I) (rom., rez. engl.) 7

AL. EFTIMIE şi VICTOR ZAVATI, Influenţa variaţiei invers proporţionale cu adîncimea a modulului de plasticitate asupra distribuţiei tensiunilor şi deformaţiilor într-un semispaţiu (rom., rez. franc.) 17

N. ORLOVSCHI, N. PREDA şi C. AMARIEI, O metodă simplificată pentru calculul structurilor constituite din cabluri pretensionate (franc., rez. rom.) 23

C. D. IONESCU, DAN PRECUPANU şi RUDOLF MÜHLBÄCHER, Posibilităţi de utilizare a grafurilor de fluenţă în analiza topologică a structurilor (III) (germ., rez. rom.) 33

TUDOR SILION şi N. IRIMICIUC, Asupra determinării zonei de siguranţă de la partea inferioară a unui versant afectat de deplasări de teren (I) (rom., rez. germ.) 37

VICTOR ZAVATI şi VIOREL MURGESCU, Contribuţii la calculul stabilităţii taluzurilor prin metoda spiralei logaritmice (II) (rom., rez. franc.) . . 41

RUDOLF MÜHLBÄCHER, C. D. IONESCU şi DAN PRECUPANU, Alcătuirea optimă a grinzilor principale ale podurilor mixte cu dală din beton uşor (I) (germ., rez. rom.) 51

I. DUMITRESCU şi RUDOLF MÜHLBÄCHER, Consolidarea acoperişului metalic al Teatrului Naţional din Iaşi (germ., rez. rom.) 57

N. FLOREA, SERGIU COROBCEANU şi C. PASCARIU, Metodă de dimensionare optimă a grinzilor de beton precomprimat (engl., rez. rom.) . . 61

N. ŢĂRANU şi M. BUDESCU, Unele aspecte privind comportarea spumelor poliuretanice rigide la eforturi axiale (engl., rez. rom.) 67

ZAHARIE SALINIUC, Studiul unor proprietăţi ale betoanelor asfaltice confecţionate cu ciment (rom., rez. rusă) 73

...ITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
... THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
...Н ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
...om XXII (XXVI), Fasc. 1–2 1976

Section V

CONSTRUCTIONS. ARCHITECTURE

CONTENTS

Pp.

ŞT. JERCA, I. CIONGRADI and C. AMARIEI, The Analysis of Plane Indeterminate Structures Made from Materials with Nonlinear Behaviour (I) (Romanian, English summary) 7

AL. EFTIMIE et VICTOR ZAVATI, L'influence de la variation en rapport inverse avec la profondeur du module d'élasticité sur la distribution des tensions et des déformations dans un demi-espace élastique isotrope (Romanian, French summary) 17

N. ORLOVSCHI, N. PREDA et C. AMARIEI, Une méthode simplifiée pour le calcul des structures en réseaux de câbles prétensionés (French, Romanian summary) 23

C. D. IONESCU, DAN PRECUPANU und RUDOLF MÜHLBÄCHER, Anwendungsmöglichkeiten der veränderlichen Graphen in der topologischen Analyse der Tragwerke (III) (German, Romanian summary) 33

TUDOR SILION und N. IRIMICIUC, Beitrag zur Bestimmung der Sicherheitszone am Fusse eines Hanges der dem Erdrutsch ausgesetzt ist (I) (Romanian, German summary) 37

VICTOR ZAVATI et VIOREL MURGESCU, Contributions au calcul de la stabilité des talus selon la méthode de la spirale logarithmique (II) (Romanian, French summary) 41

RUDOLF MÜHLBÄCHER, C. D. IONESCU und DAN PRECUPANU, Optimale Auslegung der Hauptträger von Verbundbrücken mit Leichtbetonfahrbahnplatte (I) (German, Romanian summary) 51

I. DUMITRESCU und RUDOLF MÜHLBÄCHER, Verstärkung des Stahldaches des Nationaltheaters aus Jassy (German, Romanian summary) 57

N. FLOREA, SERGIU COROBCEANU and C. PASCARIU, Optimal Dimensioning of Flexed Pre-Stressed Elements (English, Romanian summary) 61

N. ŢĂRANU and M. BUDESCU, Some Aspects Concerning Mechanical Behaviour of Rigid Polyurethane Foams under Axial Load (English, Romanian summary) 67

ZAHARIE SALINIUC, L'étude de certaines propriétés des bétons asphaltiques avec ciment (Romanian, Russian summary) 73

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXII (XXVI), Вып. 1–2 1976

Секция V

СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ШТ. ЖЕРКА, И. ЧЙОНГРАДИ и К. АМАРИЕЙ, Расчет неопределенных плоских систем образованных из материалов с нелинейным поведением (рум. рез. англ.) 7

АЛ. ЕФТИМИЕ и ВИКТОР ЗАВАТИ, Влияние обратно-пропорциональной изменения упругости по глубине на расспределение усилий и осадков в полупространстве (рум., рез. франц.) 17

Н. ОРЛОВСКИЙ, Н. ПРЕДА и К. АМАРИЕЙ, Упрощенный метод расчета вантовых систем с предварительно напряженными фермами (франц., рез. рум.) 23

К. Д. ИОНЕСКУ, ДАН ПРЕКУПАНУ и РУДОЛЬФ МЮЛБЕХЕР, Возможности употребления направленных графов в топологических анализ структур (III) (нем., рез. рум.) 33

ТУДОР СИЛИОН и Н. ИРИМИЧЮК, К вопросу установления зоны безопасности на нижной части опользневого склона (I) (рум., рез. нем.) 37

ВИКТОР ЗАВАТИ и ВИОРЕЛ МУРДЖЕСКУ, Вклады по расчету устойчивости откосов методам логарифмической спирали (II) (рум., рез. франц.) 41

РУДОЛЬФ МЮЛБЕХЕР, К. Д. ИОНЕСКУ и ДАН ПРЕКУПАНУ, Оптимальные образования главных мостовых стално-железобетонных балох с плитом из лекого бетона (I) (нем., рез. рум.) 51

И. ДУМИТРЕСКУ и РУДОЛЬФ МЮЛБЕХЕР, Укрепление металлической крыши со сквозными фермами Национального Театра, г. Яссы (нем., рез. рум.) 57

Н. ФЛОРЯ, СЕРДЖИУ КОРОБЧЯНУ и К. ПАСКАРИУ, Оптимизация расчета преднапряженных изгибаемых конструкции (англ., рез. рум.) 61

Н. ЦЭРАНУ и М. БУДЕСКУ, К вопросу поведения жестких к осевым усилиям полиуретановых пен (англ., рез. рум.) 67

ЗАХАРИЕ САЛИНЮК, Исследование свойств цементных асфальтобетонов (рум., рез. русск.) 73

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secția V
CONSTRUCȚII, ARHITECTURĂ

C. Z. 531.2

CALCULUL STRUCTURILOR PLANE STATIC NEDETERMINATE REALIZATE DIN MATERIALE CU COMPORTARE NELINIARĂ

I. METODA FORȚELOR

DE

ȘT. JERCA, I. CIONGRADI și C. AMARIEI

1. Introducere

Una dintre preocupările actuale privind proiectarea structurilor o constituie elaborarea unor tehnici de calcul prin care să se țină seama, între altele, de comportarea reală, în general neliniară, a materialelor din care sînt realizate structurile.

Aproximarea comportării neliniare a materialelor prin modelul reologic discontinuu Prandtl a făcut necesară introducerea unor ipoteze de calcul simplificatoare care au condus la elaborarea unei teorii de calcul static al structurilor — teoria plastică simplă [2], [6], [8] etc. Rezultatele obținute pe baza acestei teorii diferă în anumite limite de rezultatele reale experimentale.

O altă posibilitate de rezolvare a structurilor din materiale cu comportare neliniară o oferă procedeul care utilizează liniarizarea comportării structurii pentru trepte de încărcare finite (procedeul pas cu pas [1], [3], [4], [7], [9]) sau infinit mici (procedeul diferențial [5], [10]).

În procedeul pas cu pas rigiditățile barelor rămîn constante în fiecare treaptă de încărcare și se obțin pe baza eforturilor stabilite în treapta precedentă și a curbei efort — deformație corespunzătoare acceptată, iar structura se rezolvă prin metodele calculului elastic liniar.

Procedeul diferențial conduce la sisteme de ecuații diferențiale neliniare, stabilite prin respectarea condițiilor calculului elastic liniar, care se integrează prin metode numerice (Euler, Runge-Kutta etc.) care presupun de asemenea trepte finite de încărcare.

În lucrarea de față se propune un procedeu de calcul neliniar al structurilor, în care sistemul de ecuații algebrice neliniare obținut cu ajutorul metodei forțelor se stabilește pe baza modelului reologic neliniar Ramberg-Osgood. Forma sistemului obținut se pretează la o rezolvare prin procedeul aproximațiilor succesive Gauss modificat.

Procedeul propus prezintă unele avantaje care rezultă atît din modelul reologic elastic neliniar folosit cît și din modul de rezolvare a sistemului de ecuații de condiție.

2. Relația moment — curbură

Pentru o bară solicitată la încovoiere, diagrama moment — curbură se poate obține pe cale experimentală sau teoretică. Forma ei depinde de comportarea materialului precum și de dimensiunile și forma secțiunii transversale a barei.

Pentru rezolvarea structurilor este necesară aproximarea acestei diagrame prin modele reologice neliniare.

În cele ce urmează se folosește modelul Ramberg-Osgood, utilizînd ecuația de stare:

$$\Phi = \frac{M}{EI}\left[1 + a\left(\frac{M}{EI}\right)^{r-1}\right], \tag{1}$$

în care parametrul r este adimensional iar a are dimensiunea $[L]^{r-1}$.

Acești parametri se determină din condiția realizării unei aproximări cît mai bune a curbei reale experimentale $M-\Phi$ cu curba definită de ecuația (1). Unul din procedee este cel al punctelor de coincidență, care constă în alegerea a două puncte pe curba experimentală și impunerea condiției ca prin aceste puncte să treacă și curba definită de ecuația (1) [11]. Se obține astfel un sistem algebric neliniar în necunoscutele a și r, a cărui soluție definește complet curba teoretică $M-\Phi$.

3. Matricea de flexibilitate a barei

Se consideră o grindă simplu rezemată încărcată la capete, cu două momente pozitive M_i și M_k care produc rotirile pozitive θ_i, θ_k (fig. 1).

Momentul încovoietor dintr-o secțiune curentă a barei are expresia:

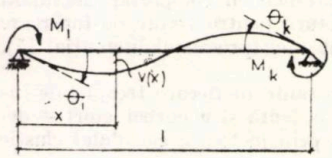


Fig. 1

$$M(x) = M_i - (M_i + M_k)\frac{x}{l}. \tag{2}$$

Pentru deformații mici se acceptă relația aproximativă:

$$\Phi = -\frac{\mathrm{d}^2 v}{\mathrm{d}x^2}, \tag{3}$$

unde $v(x)$ reprezintă săgeata grinzii.

Din relațiile (1)...(3) rezultă pentru axa deformată a barei ecuația diferențială:

$$\frac{\mathrm{d}^2 v}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{M_i - (M_i + M_k)\,x/l}{EI}\left\{1 + a\left[\frac{M_i - (M_i + M_k)\,x/l}{EI}\right]^{r-1}\right\}, \tag{4}$$

cu condițiile la limită:

$$v(0) = v(l) = 0, \tag{5}$$

impuse de modul de rezemare.

Dacă rigiditatea la încovoiere a barei este constantă, atunci prin integrarea ecuației (4), cu condițiile la limită (5), se obține pentru axa deformată a barei o ecuație algebrică.

Relațiile fizice dintre momentele și rotirile de capăt se stabilesc din condițiile:

$$(6) \qquad \left.\frac{dv}{dx}\right|_{x=0} = \theta_i \quad \text{și} \quad \left.\frac{dv}{dx}\right|_{x=l} = \theta_k$$

și au forma:

$$(7) \qquad \begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta_k \end{Bmatrix} = \frac{l}{6EI} \begin{bmatrix} 2c_1 & -c_2 \\ -c_3 & 2c_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_i \\ M_k \end{Bmatrix},$$

unde c_i, $(i = 1, 2, 3, 4)$, reprezintă funcțiile de corecție introduse de comportarea neliniară a materialului avînd expresiile:

$$(8) \quad \begin{cases} c_1 = 1 + \dfrac{3a}{(r+2)(EI)^{r-1}} \cdot \dfrac{M_i^{r+1}}{(M_i + M_k)^2}, \\ c_2 = 1 - \dfrac{6a}{(r+1)(r+2)(EI)^{r-1}} \cdot \dfrac{(r+2)M_i^{r+1} - (-1)^{r+1} M_k^{r+1}}{(M_i + M_k)^2}, \\ c_3 = 1 - \dfrac{6a}{(r+1)(r+2)(EI)^{r-1}} \cdot \dfrac{(r+2)(-1)^{r+1} M_k^{r+1} - M_i^{r+1}}{(M_i + M_k)^2}, \\ c_4 = 1 + \dfrac{3a}{(r+2)(EI)^{r-1}} \cdot \dfrac{(-1)^{r+1} M_k^{r+1}}{(M_i + M_k)^2}. \end{cases}$$

Dacă momentele din capetele barei sînt egale și de semn contrar, atunci funcțiile (8) sînt nedeterminate. Acest caz particular trebuie tratat separat, în mod asemănător cazului general și conduce la:

$$(9) \qquad c_1 = c_2 = -c_3 = -c_4 = 1 + a\left(\frac{M}{EI}\right)^{r-1},$$

unde M reprezintă valoarea comună a celor două momente.

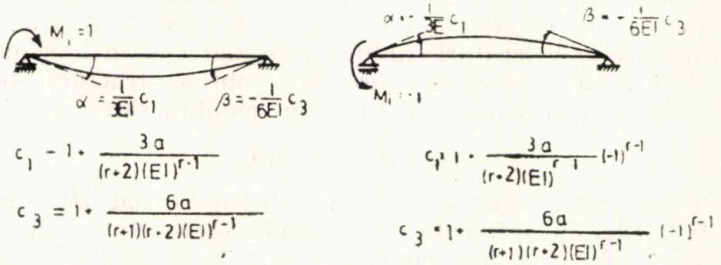


Fig. 2

Din condiția fizică de egalitate a rotirilor produse de momente de capăt egale (fig. 2), rezultă că $(-1)^{r+1} = 1$, deci este necesar ca r să fie număr impar.

În cazul în care se ține seama și de influența exercitată de forța axială asupra deformației axiale a barei, matricea de flexibilitate a barei se completează ca și în calculul elastic liniar. Elementul matricei cores-

punzător forței axiale are în acest caz forma $6\,Ic/A$, unde c reprezintă funcția de corecție introdusă de comportarea neliniară a materialului:

$$c = 1 + a_1 \left(\frac{N}{EA}\right)^{r_1 - 1}, \tag{10}$$

a_1 și r_1 fiind parametrii modelului Ramberg-Osgood pentru solicitarea de întindere — compresiune.

Dacă grinda din fig. 1 este supusă și la variații de temperatură, relația fizică are forma:

$$\begin{Bmatrix} \theta_i \\ \theta_k \\ \Delta l \end{Bmatrix} = \frac{l}{6EI} \begin{bmatrix} 2c_1 & -c_2 & 0 \\ -c_3 & 2c_4 & 0 \\ 0 & 0 & 6Ic/A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_i \\ M_k \\ N \end{Bmatrix} + \alpha_t l \begin{Bmatrix} \Delta t^0/2h \\ -\Delta t^0/2h \\ t^0_{ax} \end{Bmatrix}, \tag{11 a}$$

sau:

$$d_b = f_b p_b + d_b^{t^0}, \tag{11 b}$$

unde Δt^0 reprezintă diferența de temperatură între cele două fețe ale barei, t^0_{ax} — temperatura medie, iar α_t — coeficientul de dilatare termică liniară (semnele din relația (11 a) corespund cazului cînd $t_i > t_e$).

4. Stabilirea sistemului de ecuații de condiție

Deoarece în calculul neliniar al structurilor nu mai este valabil principiul suprapunerii încărcărilor, sistemul de condiții al metodei forțelor trebuie stabilit pentru toate tipurile de încărcări posibile: sarcini exterioare, variație de temperatură și cedări de reazeme.

Fie o structură de n ori static nedeterminată, încărcată cu sarcinile exterioare Q aplicate la noduri (sarcinile aplicate în lungul barelor se reduc la capetele de bară prin teoria de grindă), variația de temperatură fiind la interior t_i^0 iar la exterior t_e^0 iar cedările de reazeme Δ^c (fig. 3).

Suprimînd cele n legături suplimentare ale structurii și înlocuindu-le cu forțele de legătură corespunzătoare X, se obține structura static determinată din fig. 4, pentru care condiția de echilibru static are forma:

$$p = B_x X + B_q Q, \tag{12}$$

unde p este vectorul eforturilor din capetele barelor iar B_x și B_q sînt matricele coeficienților de influență a eforturilor (o coloană i din aceste matrice reprezintă eforturile din capetele barelor sistemului de bază produse de sarcinile $X_i = 1$ respectiv $Q_i = 1$).

Pentru întreaga structură, condiția fizică de comportare a barelor din material elastic neliniar, ce exprimă legătura dintre vectorul deplasărilor capetelor și vectorul eforturilor corespunzătoare, este:

$$d = Fp + d^t, \tag{13}$$

unde F este matricea asamblată de flexibilitate a structurii, obținută prin așezarea pe diagonala principală a matricelor f_b de flexibilitate a barelor,

iar d^t este vectorul deplasărilor capetelor de bare provenite din variațiile de temperatură.

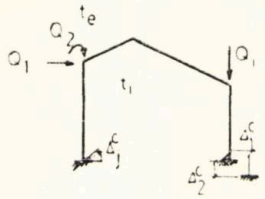


Fig. 3

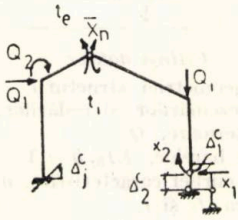


Fig. 4

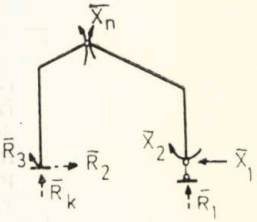


Fig. 5

Din condiția de echilibru static (12) și relația fizică (13), se obține pentru structura considerată relația matriceală:

$$d = F(B_x X + B_q Q) + d^t, \tag{14}$$

care este valabilă pentru orice valori impuse necunoscutelor static nedeterminate X.

Valorile reale ale acestor necunoscute se obțin impunînd satisfacerea condiției de compatibilitate geometrică între deformata sistemului de bază și deformata structurii static nedeterminate considerate. Această condiție se exprimă cel mai comod și general prin aplicarea principiului lucrului mecanic virtual, în varianta forțelor virtuale (principiul forțelor virtuale). În acest scop se consideră sistemul de bază în starea virtuală încărcat numai cu necunoscutele static nedeterminate $\overline{X}$, considerate ca sarcini virtuale.

Condiția de echilibru, scrisă în acest caz, conduce la următoarea expresie pentru reacțiuni:

$$\overline{R} = B_{\overline{R}}\,\overline{X}, \tag{15}$$

unde $B_{\overline{R}}$ este matricea coeficienților de influență a reacțiunilor (o coloană i din această matrice reprezintă reacțiunile produse de sarcina $\overline{X}_i = 1$), iar pentru eforturile din capetele barelor la expresia:

$$\overline{p} = B_x \overline{X}, \tag{16}$$

în baza relației (12).

Pentru lucrul mecanic virtual exterior, efectuat de forțele virtuale externe active și reactive cu deplasările de nod corespunzătoare din starea reală, rezultă expresia:

$$L^v_{\text{ext}} = \overline{X}^T \Delta^c_{\overline{X}} + \overline{R}^T \Delta^c_{\overline{R}} = \overline{X}^T (\Delta^c_{\overline{X}} + B^T_{\overline{R}}\, \Delta^c_{\overline{R}}), \tag{17}$$

în baza relației (15). În expresia (17), $\Delta^c_{\overline{X}}$ și $\Delta^c_{\overline{R}}$ reprezintă subvectorii cedărilor de reazeme pe direcția necunoscutelor static nedeterminate $\overline{X}$, respectiv a reacțiunilor corespunzătoare.

De asemenea, pentru lucrul mecanic virtual interior efectuat de eforturile din capetele de bară din starea virtuală cu deplasările capetelor de bară corespunzătoare din starea reală, rezultă expresia:

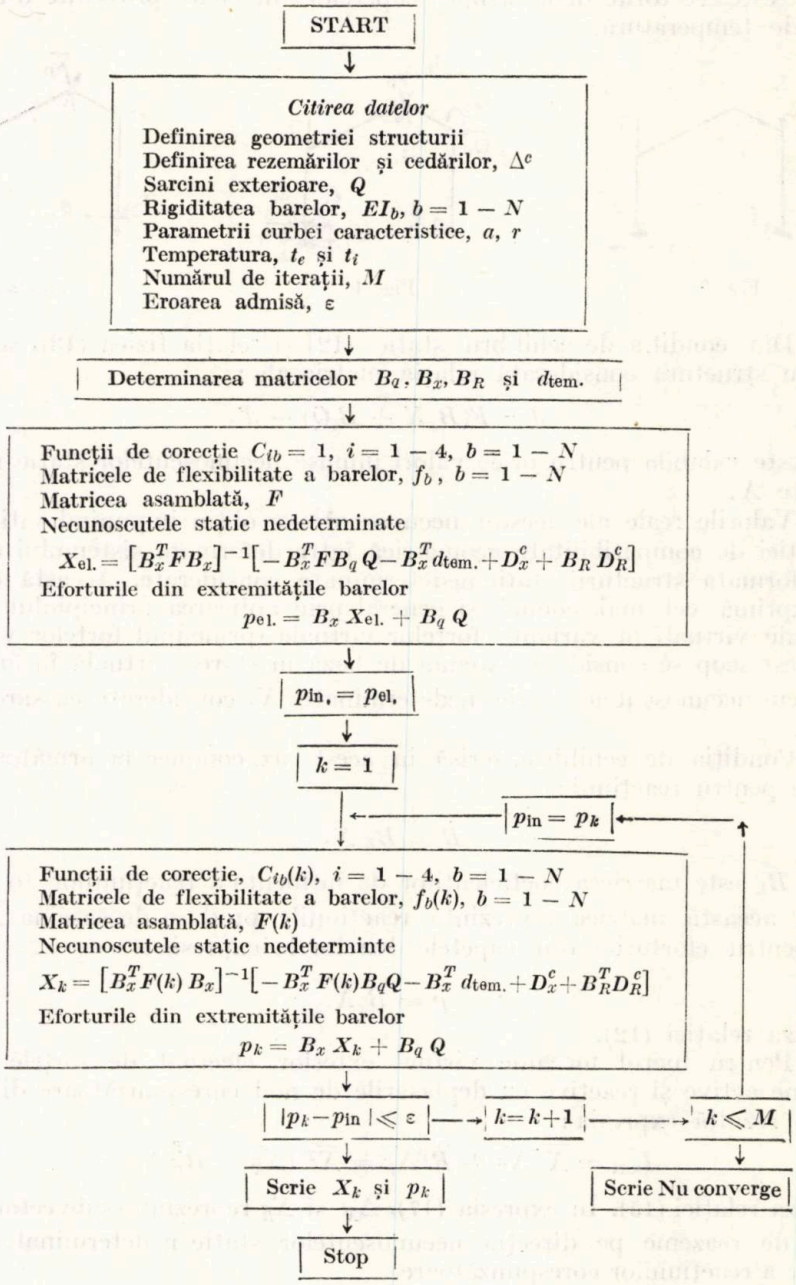

START
Citirea datelor
Definirea geometriei structurii
Definirea rezemărilor și cedărilor, Δ^c
Sarcini exterioare, Q
Rigiditatea barelor, EI_b, $b = 1 - N$
Parametrii curbei caracteristice, a, r
Temperatura, t_e și t_i
Numărul de iterații, M
Eroarea admisă, ε
Determinarea matricelor B_q, B_x, B_R și $d_{tem.}$
Funcții de corecție $C_{ib} = 1$, $i = 1 - 4$, $b = 1 - N$
Matricele de flexibilitate a barelor, f_b, $b = 1 - N$
Matricea asamblată, F
Necunoscutele static nedeterminate
$X_{el.} = [B_x^T F B_x]^{-1}[-B_x^T F B_q Q - B_x^T d_{tem.} + D_x^c + B_R D_R^c]$
Eforturile din extremitățile barelor
$p_{el.} = B_x X_{el.} + B_q Q$
$p_{in.} = p_{el.}$
$k = 1$
$p_{in} = p_k$
Funcții de corecție, $C_{ib}(k)$, $i = 1 - 4$, $b = 1 - N$
Matricele de flexibilitate a barelor, $f_b(k)$, $b = 1 - N$
Matricea asamblată, $F(k)$
Necunoscutele static nedeterminte
$X_k = [B_x^T F(k) B_x]^{-1}[-B_x^T F(k) B_q Q - B_x^T d_{tem.} + D_x^c + B_R^T D_R^c]$
Eforturile din extremitățile barelor
$p_k = B_x X_k + B_q Q$
$|p_k - p_{in}| \leqslant \varepsilon$
$k = k + 1$
$k \leqslant M$
Scrie X_k și p_k
Scrie Nu converge
Stop

Fig. 6

(18) $$L^v_{\text{int.}} = -\bar{p}^T d = -\bar{X}^T B_x^T (FB_x X + FB_q Q + d^t),$$

în baza relaţiilor (14) şi (16).

Condiţia de compatibilitate geometrică, ce se exprimă prin anularea lucrului mecanic virtual total:

(19) $$L^v_{\text{ext.}} + L^v_{\text{int.}} = 0,$$

conduce la sistemul ecuaţiilor de condiţie al metodei forţelor:

(20) $$B_x^T F B_x X + B_x^T F B_q Q + B_x^T d^t = \Delta^c_{\bar{X}} + B^T_{\bar{R}} \Delta^c_{\bar{R}},$$

unde s-a ţinut seama de relaţiile (17)...(19) şi de faptul că necunoscutele static nedeterminate $\bar{X}$ sînt independente.

Sistemul de ecuaţii (20) este neliniar datorită matricei F, ale cărei elemente depind de necunoscutele X prin intermediul eforturilor din capetele de bară. Forma acestui sistem este convenabilă pentru rezolvarea prin procedeul aproximaţiilor succesive G a u s s modificat.

Determinarea soluţiei sistemului de ecuaţii (20), cu ajutorul acestui procedeu, comportă următoarele etape de calcul:

a) E t a p a 1: În matricea F se impun funcţiilor de corecţie valoarea unu, corespunzătoare calculului elastic liniar ($c^{(0)} = 1$, $F^{(0)}$).

b) E t a p a 2: Se soluţionează sistemul (20) pentru valoarea $F^{(0)}$, obţinîndu-se aproximanta $X^{(0)}$, cu care se determină eforturile $p^{(0)}$ din capetele barelor, folosind relaţia (12).

c) E t a p a 3: Cu eforturile $p^{(0)}$ se calculează pentru fiecare bară noile valori $c^{(1)}$ ale funcţiilor de corecţie, folosind relaţiile (8) sau (9), cu care se construieşte matricea $F^{(1)}$. Apoi calculul se reia cu etapa 2 şi se continuă pînă cînd diferenţa a două aproximante succesive satisface condiţia de aproximare impusă *a priori*:

(21) $$| X^{(m)} - X^{(m-1)} | \leqslant \varepsilon.$$

În fig. 6 este prezentată schema logică pentru rezolvarea structurilor prin procedeul propus.

5. Exemplu de calcul

Se prezintă calculul, prin procedeul propus, pentru un cadru portal, încărcat cu o sarcină orizontală la nivelul riglei (fig. 7).

Parametrii a şi r din relaţia (1) au fost stabiliţi pentru o grindă alcătuită dintr-un profil laminat I_{10}, solicitată la încovoiere pură. Din curba experimentală $M - \Phi$, prin procedeul punctelor de coincidenţă, au rezultat valorile:

(22) $$a = 0{,}152.10^{13}\, m^{10} \quad \text{şi} \quad r = 11$$

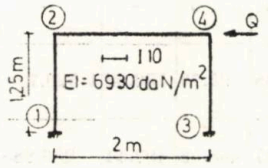


Fig. 7

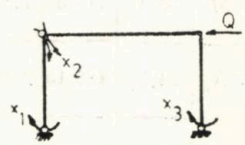


Fig. 8

astfel încît funcțiile de corecție introduse de comportarea neliniară a materialului au expresiile

$$(23\,a)\quad \begin{cases} c_1 = 1 + \dfrac{35{,}08.10^{10}}{(EI)^{10}} \cdot \dfrac{M_i^{12}}{(M_i + M_k)^2}, & c_3 = 1 - \dfrac{5{,}85.10^{10}}{(EI)^{10}} \cdot \dfrac{13\,M_i^{12} - M_k^{12}}{(M_i + M_k)^2}, \\ c_2 = 1 - \dfrac{5{,}85.10^{10}}{(EI)^{10}} \cdot \dfrac{13\,M_k^{12} - M_i^{12}}{(M_i + M_k)^2}, & c_4 = 1 + \dfrac{35{,}08.10^{10}}{(EI)^{10}} \cdot \dfrac{M_k^{12}}{(M_i + M_k)^2}, \end{cases}$$

respectiv:

$$(23\,b)\quad c_1 = -c_2 = -c_3 = c_4 = 1 + \frac{0{,}152.10^{13}}{(EI)^{10}}(M)^{10}.$$

Alegînd sistemul de bază din fig. 8 rezultă:

$$B_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_q = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1{,}25 \\ 1{,}25 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$(24)\quad F = \frac{l}{6EI} \begin{bmatrix} 2{,}5\,c_1 & -1{,}25\,c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1{,}25\,c_3 & 2{,}5\,c_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4\,c_1 & -2c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\,c_3 & 4c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2{,}5\,c_1 & -1{,}25\,c_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1{,}25\,c_3 & 2{,}5\,c_4 \end{bmatrix},$$

iar sistemul (20) se reduce la forma:

$$(25)\quad B_x^T F B_x X + B_x^T F B_q Q = 0,$$

care s-a rezolvat cu calculatorul FELIX C-254, rezultînd datele din tabelul 1.

Pentru verificarea rezultatelor obținute pe cale teoretică, s-au efectuat încercări asupra unui cadru portal cu barele din profil laminat I_{10}, care a fost încărcat cu o forță orizontală Q ce a variat în trepte (fig. 9). Folosind măsurătorile prin tensometrie electrică s-au obținut pentru momentele din capetele barelor valorile din tabelul 1.

Tabelul 1

	Q [daN] / M [daNm]	250	500	750	1 000	1 250	1 350	1 450	1 550	1 650	1 750
Experimental	$X_1 = X_3$	85,6	177,5	269,3	370,5	498,0	583,2	—	—	—	—
	$X_2 = M_4$	55,4	115,3	172,0	218,5	311,5	375,3	—	—	—	—
Teoretic	$X_1 = X_3$	94,57	189,15	283,87	382,34	510,68	595,79	756,56	1 520,7	4 360,2	6 157,3
	$X_2 = M_4$	61,68	123,35	184,72	238,46	333,07	388,58	493,44	986,888	2 837,3	4 015,1

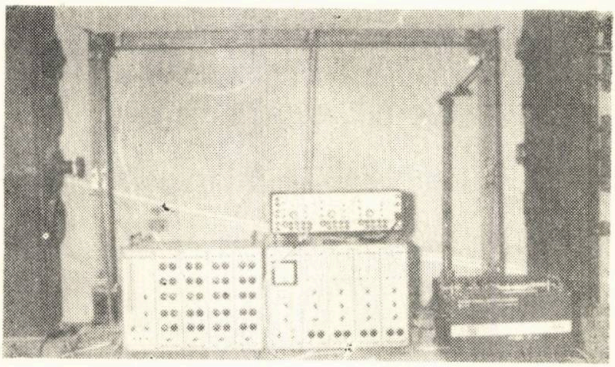


Fig. 9

În fig. 10 sînt reprezentate curbele de variație a momentului din încastrarea 3 (X_3), stabilite pe cale experimentală și teoretică, în funcție de mărimea sarcinii Q. Se constată diferențe foarte mici între valorile momentelor obținute pe cale experimentală și cele calculate prin procedeul propus (cea mai mare diferență se pune în evidență în cazul momentelor $X_2 = M_4$, de 10%).

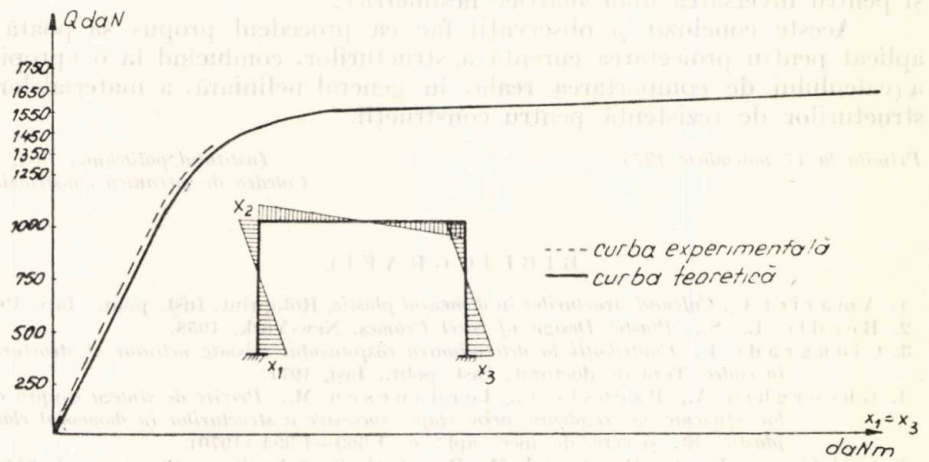


Fig. 10

6. Concluzii

Modelul reologic elastic neliniar folosit poate aproxima comportarea oricărui material, de la cele fără palier de curgere (beton, fontă etc.) pînă la cele cu palier de curgere (oțelul de construcții OL 37, oțelurile slab aliate, aluminiul etc.), în funcție de parametrii a și r, care trebuie stabiliți pe cale experimentală.

Pentru o combinație a încărcărilor dată (o ipoteză de încărcare cerută de normele de proiectare), procedeul conduce direct la starea de eforturi din structură necesară proiectării, fără parcurgerea istoricului încărcării, ce constituie sursa de complicare a calculelor în procedeele incrementale propuse în literatura de specialitate.

Prin procedeul dezvoltat în lucrare se ia în considerație rezerva de capacitate portantă pe care o are structura ca urmare a comportării elasto-plastice a materialului din care este realizată.

Sistemul ecuațiilor de condiție se stabilește prin respectarea condițiilor fizice reale de echilibru static și compatibilitate geometrică a structurii, fără introducerea unor ipoteze suplimentare ce ar putea altera rezultatele teoretice.

Prin procedeul iterativ de rezolvare a sistemului se obțin informații asupra gradului de solicitare a fiecărei bare a structurii (cu cît funcțiile de corecție c ale unei bare diferă mai mult de unitate, cu atît bara respectivă este mai solicitată). Se poate astfel modifica, pe parcursul proiec-

tării, rigiditatea anumitor bare, în scopul obținerii unei distribuții raționale a eforturilor în structură.

Automatizarea calculelor prin procedeul prezentat folosește programele existente pentru calculul elastic liniar al structurilor, necesitînd numai introducerea unor subrutine pentru determinarea funcțiilor de corecție și pentru inversarea unor matrice nesimetrice.

Aceste concluzii și observații fac ca procedeul propus să poată fi aplicat pentru proiectarea curentă a structurilor, conducînd la o apropiere a calculului de comportarea reală, în general neliniară, a materialelor și structurilor de rezistență pentru construcții.

Primită la 17 noiembrie 1975

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mecanica construcțiilor

BIBLIOGRAFIE

1. Amariei C., *Calculul structurilor în domeniul plastic*, Rotaprint, Inst. polit., Iași, 1974.
2. Beedle L. S., *Plastic Design of Steel Frames*. New-York, 1958.
3. Ciongradi I., *Contribuții la determinarea răspunsului seismic neliniar al structurilor în cadre*. Teză de doctorat, Inst. polit., Iași, 1971.
4. Gheorghiu A., Pacoste C., Iordănescu M., *Privire de sinteză asupra căilor eficiente de rezolvare prin etape succesive a structurilor în domeniul elastoplastic*. St. și cerc. de mec. apl., *6*, 1 369—1 394 (1970).
5. Goldberg E. J., Richard M. R., *Analysis of Nonlinear Structures*. J. Struct. Div., ASCE, **ST-6**, 333—351 (1963).
6. Massonnet Ch., Save M., *Calcul plastique des constructions*. Vol. I, ed. II, Bruxelles, 1957.
7. Massonnet Ch. ș. a., *Calculul structurilor la calculatoare electronice*, (trad. din l. franc.). Ed. Tehn., Buc., 1974.
8. Neal B. G., *The Plastic Method of Structural Analysis*, Ed. 2, Chapman and Hall, London, 1963.
9. Pacoste C., *Studiul comportării neliniare a structurilor*. Bul. șt. al Inst. de constr. Buc., XVI, *4* (1973).
10. Richard M. R., Goldberg E. J., *Analysis of Nonlinear Structures: Force Method*. J. Struct. Div., ASCE, **ST-6**, 33—46 (1965).
11. Savin Gh., Rosman H., *Circuite electrice neliniare și parametrice*. Ed. Tehn., Buc., 1973.

THE ANALYSIS OF PLANE INDETERMINATE STRUCTURES MADE FROM MATERIALS WITH NONLINEAR BEHAVIOUR

I. Force Method

(Summary)

The adaptation of the force method is presented for the nonlinear analysis of structures which rely on the Ramberg-Osgood rheological model and the Gaussian successive approximation procedure for solving the systems of nonlinear equations.

The rheological model permits the definition of the nonlinear rectified functions for the elements of the flexibility matrix of a beam. Thus the system of compatibilily equations of the force method is similar to that of linear analysis.

The automatic analysis makes use of the programs of linear elastic analysis with certain additions and simple modifications.

The theoretical results obtained by the proposed method agree satisfactorily with the experimental results obtained on the models.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secţia V
CONSTRUCŢII, ARHITECTURĂ

C. Z. 624.1

INFLUENŢA VARIAŢIEI INVERS PROPORŢIONALE CU ADÎNCIMEA A MODULULUI DE ELASTICITATE ASUPRA DISTRIBUŢIEI TENSIUNILOR ŞI DEFORMAŢIILOR ÎNTR-UN SEMISPAŢIU *)

DE

AL. EFTIMIE şi VICTOR ZAVATI

1. Introducere

Problema distribuţiei tensiunilor şi deformaţiilor într-un semispaţiu elastic izotrop al cărui modul de elasticitate descreşte cu distanţa de la planul de separaţie a fost mai puţin cercetată, deşi în problemele de alcătuire a stratificaţiei sistemelor rutiere are o deosebită importanţă.

În [1] S. G. Lehnițki stabileşte clasa funcţiilor $E(r, \theta)$ de variaţie a modulului de elasticitate într-o pană şi într-un semiplan elastic izotrop acţionate în vîrf şi respectiv pe linia de separaţie (frontieră) de o forţă concentrică astfel încît distribuţia tensiunilor să fie radială simplă ($\sigma_r \neq 0$; $\sigma_\theta = \tau_{r\theta} = 0$). Pentru cazul penei (fig. 1), unde axa z este axă de simetrie, în cazul cînd modulul de elasticitate variază după legea $E = E_{-1}/z$, adică invers proporţional cu distanţa de la frontieră, efortul unitar radial are expresia:

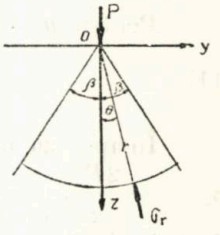


Fig. 1

$$\sigma_r = -\frac{1}{2r\cos\theta}\cdot\frac{P}{\beta}\theta. \tag{1}$$

În cele ce urmează se prezintă unele rezultate referitoare la influenţa variaţiei modulului de elasticitate invers proporţional cu distanţa de la planul de separaţie, asupra distribuţiei tensiunilor şi deformaţiilor exprimate în coordonate carteziene într-un semispaţiu elastic izotrop acţionat în lungul axei x de o forţă verticală uniform distribuită, cît şi pentru cazul unei încărcări uniform distribuite, sub formă de bandă (fîşie) de lungime infinită pe planul limită (planul xOy).

2. Tensiuni

Pornind de la relaţia (1) şi considerînd $\beta = \pi/2$, se obţine pentru semiplanul acţionat de o forţă concentrată verticală, deci şi pentru cazul considerat în fig. 2 *a* (cazul stării plane de deformaţie), expresia

$$\sigma_r = -\frac{P}{\pi z} \tag{2}$$

pentru efortul unitar radial.

*) Prezentată la a III-a Conferinţă de Geotehnică şi Fundaţie, Timişoara, sept. 1975.

Deci σ_r are, conform relaţiei (2), o variaţie invers proporţională cu distanţa de la frontieră, ca şi modulul de elasticitate, coeficientul lui Poisson fiind considerat constant.

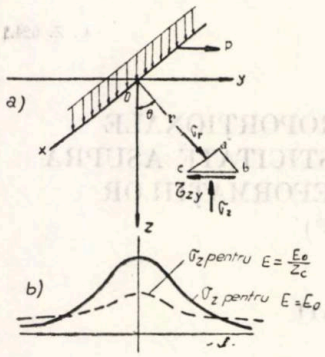


Fig. 2

Pe o secţiune orizontală $z = z_1$ rezultă $\sigma_r = \text{const.}$, astfel încît izobarele sînt linii paralele cu frontiera (fig. 3).

Din condiţiile de echilibru ale prismei triunghiulare elementare *abc* din fig. 2 *a*, se obţine $\sigma_z = -\sigma_r \cos^2\theta$ şi $\tau_{zy} = -\sigma \sin\theta \cos\theta$. Ţinînd seama de expresia (2) a tensiunii radiale şi înlocuind $\cos^2\theta = z^2/r^2 = z^2/(y^2+z^2)$, se deduce, pentru tensiunea normală verticală, expresia

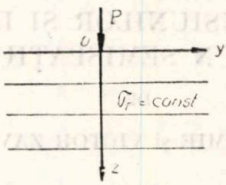


Fig. 3

$$(3) \qquad \sigma_z = -\frac{P}{\pi} \cdot \frac{z}{y^2 + z^2},$$

care satisface condiţiile: a) pentru $z = 0$ şi $y \neq 0$, $\sigma_z = 0$; b) pentru $z = \infty$, $\sigma_z = 0$ încît

$$2\int_0^\infty \sigma_z \, dy = P.$$

Pentru $y = 0$ se obţine expresia tensiunii verticale maxime

$$(4) \qquad \sigma_{z\,\max} = \left| -\frac{P}{\pi z} \right|.$$

În ipoteza modulului de elasticitate constant, este cunoscut faptul că $\sigma_z = -\frac{2P}{\pi} \cdot \frac{z^3}{(z^2 + y^2)^2}$, care pentru $y = 0$ devine $\sigma_{z\max} = |-2P/(\pi z)|$, deci de două ori mai mare decît în ipoteza modulului de elasticitate descrescător invers proporţional cu distanţa de la frontieră.

În tabelul 1 se dau valorile lui σ_z pentru $z = 1$, în ambele ipoteze, pentru diferite valori ale lui y.

Rezultatele din tabelul 1 cît şi reprezentarea grafică din fig. 2 *b* arată că descreşterea cu adîncimea a modulului de elasticitate are ca efect o puternică împrăştiere laterală a tensiunilor verticale σ_z, comparativ cu distribuţia corespunzătoare modulului de elasticitate constant.

Tabelul 1

Ipoteza \ y	0	1	2	3	4	5
$\sigma_z = Pz/\pi(z^2+y^2)$	P/π	$P/2\pi$	$P/5\pi$	$P/10\pi$	$P/17\pi$	$P/20\,\pi$
$\sigma_z = 2Pz^3/\pi(z^2+y^2)^2$	$2P/\pi$	$2P/4\pi$	$2P/25\pi$	$2P/100\pi$	$2P/289\pi$	$2P/676\,\pi$

În practică, la cota $z = 0$ se obține un modul de elasticitate E_0 de valoare finită, fiind deci necesar să se recurgă la o translație a axei y ca în fig. 4, astfel încît

$$E(z) = \frac{E_{-1}}{z} - = \frac{E_0}{z_c}, \tag{5}$$

unde $z_c = 1 + z$, cu observația că E_0 se exprimă în daN/cm² și z în m.

În expresia (3) a tensiunii σ_z se va considera adîncimea de calcul $z = z_c$ exprimată în cm.

Pentru cazul unei încărcări uniforme sub formă de bandă elastică de lungime foarte mare (fig. 5), în relația (3) se înlocuiește forța P prin forța elementară $p\,dy$ și ținînd seama că din figură rezultă $z = r\cos\gamma, y = z\,\mathrm{tg}\,\gamma, dy = z\,d\gamma/\cos^2\gamma = r\,d\gamma/\cos\gamma$, urmează, aplicînd principiul suprapunerii efectelor, că :

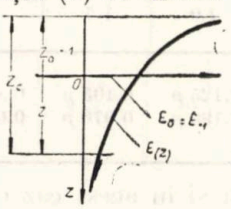


Fig. 4

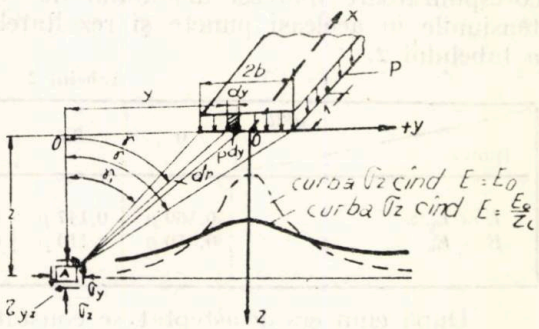


Fig. 5

$$\sigma_z = -\frac{p}{\pi}\int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \frac{\dfrac{r\cos\gamma}{\cos^2\gamma}\, r\cos\gamma\, d\gamma}{r^2\cos^2\gamma + \gamma^2\cos^2\gamma\,\mathrm{tg}^2\gamma},$$

sau după efectuarea calculelor,

$$\sigma_z = -\frac{p}{\pi}(\gamma_2 - \gamma_1). \tag{6}$$

Considerînd originea sistemului de axe situată la mijlocul lățimii $2b$ a fîșiei, urmează că $\mathrm{tg}\,\gamma_1 = (y - b)/z$ și $\mathrm{tg}\,\gamma_2 = (y + b)/z$ și cu acestea expresia (6) devine

$$\sigma_z = -\frac{p}{\pi}\left(\mathrm{arc\,tg}\,\frac{y+b}{z} - \mathrm{arc\,tg}\,\frac{y-b}{z}\right), \tag{7}$$

care verifică condițiile : a) pentru $z = 0$ și $|y| < b$, $\sigma_z = -p$; b) pentru $z = 0$ și $|y| > b$, $\sigma_z = 0$; c) pentru $z = \infty$, $\sigma_z = 0$ și prin urmare :

$$2\int_0^b \sigma_z\, dy = 2bp.$$

Pentru $y = 0$ se obține expresia efortului unitar maxim

$$\sigma_{z\max} = \left| -\frac{2p}{\pi}\,\mathrm{arctg}\,\frac{b}{z} \right|. \tag{8}$$

Considerînd lățimea fîșiei $2b = 100$ cm și $E_0 = 50$ daN/cm^2 s-au calculat cu relația (7) tensiunile la adîncimea $z = 100$ cm, pentru diferite valori ale raportului $y/2b$ iar rezultatele s-au înregistrat în linia a doua a tabelului 2.

Cu relația

$$\sigma_z = -\frac{p}{2}[\gamma_1 - \gamma_2 + \sin(\gamma_2 - \gamma_1)\cos(\gamma_2 - \gamma_1)], \tag{9}$$

corespunzătoare ipotezei modulului de elasticitate constant, s-au calculat tensiunile în aceleași puncte și rezultatele sînt conținute în linia a treia a tabelului 2.

Tabelul 2

Ipoteza \ $y/2b$	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
$E = E_0/z_c$	0,160 p	0,147 p	0,125 p	0,103 p	0,85 p	0,70 p
$E = E_0$	0,550 p	0,410 p	0,190 p	0,070 p	0,030 p	0

După cum era de așteptat, se constată și în acest caz o foarte puternică împrăștiere laterală a tensiunilor σ_z, calculate în ipoteza descreșterii modulului de elasticitate invers proporțional cu distanța de la frontieră (s-a considerat $z = z_c = 100 + 100 = 200$ cm), comparativ cu cele calculate în ipoteza modulului de elasticitate constant.

Tensiunea maximă de pe verticala mijlocului lățimii fîșiei este mult mai mică în ipoteza modulului de elasticitate descrescător, decît în ipoteza modulului de elasticitate constant, dar descrește foarte încet lateral.

3. Deformații

Pentru calculului deformațiilor verticale se folosește, în cele de mai jos, o variantă a metodei însumării tasărilor stratelor succesive, cunoscută și aplicată în Mecanica pămînturilor.

Astfel, se ia în considerație la calculul tasărilor numai influența tensiunii σ_z. Aplicînd legea lui H o o k e, deformația specifică verticală într-un punct la adîncimea z este $\varepsilon_z = \sigma_z/E(z)$. Deformația verticală a stratului cuprins între cotele 0 și z va fi

$$\Delta_i = \int_0^z \sigma_z \, dz/E(z).$$

Pentru o succesiune de straturi, rezultă tasarea totală:

$$\Delta = \sum \Delta_i = \int_0^{z_1} \frac{\sigma_z}{E(z)} dz + \int_{z_1}^{z_2} \frac{\sigma_z}{E(z)} dz + \cdots + \int_{z_{n-1}}^{z_n} \frac{\sigma_z}{E(z)} dz.$$

Deoarece efectuarea calculului în aceste condiții este extrem de anevoioasă, se propune următorul procedeu aproximativ.

Se acceptă în primă aproximație că pe grosimea unui strat tensiunea σ_z are o valoare constantă, egală cu media tensiunilor σ_z de pe fața superioară și de pe fața inferioară a stratului.

În a doua aproximație se acceptă și pentru modulul de elasticitate $E(z)$ de asemenea o valoare constantă pe grosimea unui strat, egală cu media modulelor de elasticitate de pe cele două fețe ale stratului respectiv, ceea ce corespunde cazului real de alcătuire a sistemelor rutiere.

Deformația totală sau tasarea după verticala unui anumit punct al frontierei $y=0$ rezultă din însumarea deformațiilor stratelor succesive $\Delta = \sum \Delta_i$.

Pentru exemplificare, în cazul fîșiei elastice de lățime $2b = 100$ cm, acționată de sarcina uniformă de intensitate p și pentru $E_0 = E_{-1} = 50$ daN/cm², s-au considerat șase straturi succesive de grosime egală cu 100 cm.

Cu formulele (7) și (9), corespunzătoare celor două ipoteze, s-au calculat tensiunile σ_z pe verticala mijlocului lățimii $2b$ a fîșiei, din metru în metru a adîncimei, cu observația că în formula (7) s-a considerat $z = z_c$.

Rezultatele s-au trecut în coloanele 2 și 3 din tabelul 3. În coloanele 4 și 5 s-au înregistrat valorile medii ale lui σ_z. În coloana 6 s-au inclus valorile modulului de elasticitate calculate cu relația (5), iar în coloana 7, valorile medii corespunzătoare. În coloanele 8 și 9 sînt înregistrate deformațiile $\Delta_i = \frac{\sigma_{z\text{med}}}{E(z)_{\text{med}}} \cdot 100$, corespunzătoare celor două ipoteze.

Deformația totală verticală (tasarea) s-a obținut prin însumarea valorilor din coloanele 8 și 9 și este înregistrată în ultima linie a tabelului.

Tabelul 3

z	σ_z		$\sigma_{z\text{med}}$		$E(z) = \frac{E_0}{z_c}$	$E(z)$ med	Δ_i	
	$E = E(z)$	$E = E_0$	$E = E(z)$	$E = E_0$			$E = E(z)$	$E = E_0$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	1,000 p	1,000 p	0,580 p	0,775 p	50,00			
1	0,160 p	0,550 p	0,133 p	0,450 p	25,00	37,50	1,360 p	1,550 p
2	0,106 p	0,310 p	0,093 p	0,260 p	16,70	20,80	0,640 p	0,860 p
3	0,080 p	0,210 p	0,074 p	0,185 p	12,50	14,60	0,630 p	0,520 p
4	0,068 p	0,160 p	0,054 p	0,145 p	10,50	11,50	0,630 p	0,370 p
5	0,045 p	0,130 p	0,138 p	0,120 p	8,35	8,43	0,630 p	0,290 p
6	0,036 p	0,110 p			7,15	7,75	0,550 p	0,240 p
						$\Sigma\Delta_i =$	4,440 p	3,830 p

Comparînd rezultatele din ultimele două coloane ale tabelului 3 se constată că în ipoteza modulului de elasticitate descrescînd invers proporțional cu distanța de la frontieră, deformațiile primelor strate sînt mai mici decît în cazul ipotezei modulului de elasticitate constant, ca apoi ele să rămînă aproape constante și mai mari decît cele corespunzătoare modulului de elasticitate constant.

În consecință, tasarea totală în ipoteza modulului de elasticitate descrescător, cel puțin pentru datele considerate în exemplu, este mai mare cu 10% decît cea corespunzătoare modulului de elasticitate constant.

Rezultatul obținut se explică prin faptul că deși tensiunile verticale σ_z scad ca mărime cu adîncimea mai repede decît în cazul ipotezei modulului de elasticitate constant, modulul de elasticitate $E(z) = E_0/z_c$ descrește mult mai repede cu adîncimea, astfel că deformațiile stratelor aflate la o adîncime mai mare sînt mult mai importante decît cele corespunzătoare ipotezei modulului de elasticitate constant.

Pe verticala altor puncte nu s-a cercetat variația deformațiilor, dar este posibil ca situația să fie analogă celei de la punctul mijlociu.

4. Concluzii generale

Variația modulului de elasticitate a semispațiului elastic izotrop după legea $E(z) = E_0/z$ conduce la o foarte puternică împrăștiere laterală a tensiunilor verticale σ_z. Deformațiile specifice verticale în vecinătatea suprafeței sînt mai mici comparativ cu cele din ipoteza modulului de elasticitate constant, dar descresc foarte încet cu adîncimea, devenind de la o anumită adîncime practic constante și mai mari decît în ipoteza modulului de elasticitate constant.

Zona activă crește deci în ipoteza modulului de elasticitate descrescător, fapt care are drept efect tasări mai mari.

Pentru sistemele rutiere, variația modulului de elasticitate cu adîncimea a stratelor succesive din ce în ce mai slabe prezintă avantajul tendinței de uniformizare a tensiunilor verticale pe secțiunile orizontale situate chiar în vecinătatea frontierii.

Primită la 24 noiembrie 1975

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mecanica construcțiilor
și
Catedra de beton armat și
construcții hidrotehnice

BIBLIOGRAFIE

1. Лехницкий С. Г., *Радиальное распределения напряжении в клине и полуплоскости с переменный модулем упругости.* ПММ, **26**, *1* (1962).

L'INFLUENCE DE LA VARIATION EN RAPPORT INVERSE AVEC LA PROFONDEUR DU MODULE D'ÉLASTICITÉ SUR LA DISTRIBUTION DES TENSIONS ET DES DÉFORMATIONS DANS UN DEMI-ESPACE ÉLASTIQUE ISOTROPE

(Résumé)

On présente quelques résultats concernant l'influence de la variation du module d'élasticité en rapport inverse avec la distance du plan limite, sur la distribution des tensions et des déformations dans un demi-espace élastique isotrope. On a pris en considération aussi bien le cas d'une charge uniformément répartie le long d'un axe au plan limite que le cas d'une charge uniforme sous forme de bande élastique de longueur infinie. On constate une forte dispersion latérale des tensions verticales. Les déformations spécifiques dans l'axe vertical sont moindres à proximité du plan limite, mais diminuent beaucoup plus lentement avec la profondeur par rapport à l'hypothèse du module d'élasticité constant. Tout cela entraine un accroissement de la déformation totale verticale par rapport à celle qui correspond à l'hypothèse du module d'élasticité constant.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secţia V
CONSTRUCŢII, ARHITECTURĂ

C. D. 624.9 ; 677.7

UNE MÉTHODE SIMPLIFIÉE POUR LE CALCUL DES STRUCTURES EN RÉSEAUX DE CÂBLES PRÉTENSIONÉS

PAR

N. ORLOVSCHI, N. PREDA et C. AMARIEI

1. Introduction

Les toitures suspendues composées de câbles prétensionés sont de plus en plus utilisées pour couvrir les constructions social-culturelles et industrielles (de grandes portées) grâce aux avantages qu'elles présentent au point de vue économique et compte tenu de leur mode de réponse aux actions des charges statiques et dynamiques.

La multitude des solutions structurelles qui peuvent être conçues, résulte de la variété des possibilités de choisir les systèmes de distribution des câbles (mono- ou bicouches), de la variété des systèmes d'ancrage des câbles, etc.

Les systèmes auxquels nous nous rapportons dans cet ouvrage sont conçus en disposant les câbles en deux couches (réseaux), leurs ancrage étant réalisé par des anneaux rigides, périphériques.

Les structures peuvent être décomposées en fermes dont les semelles sont les câbles des réseaux, les montants pouvant être tensionés (ayant le rôle de tirants), ou comprimés, selon le mode de la disposition des semelles des fermes.

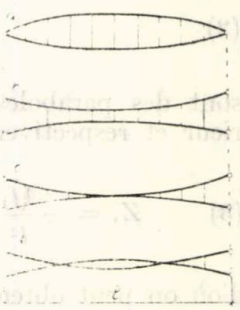


Fig. 1

Les systèmes bicouches sont plus rigides par rapport aux ceux monocouche, la prétension des câbles et la possibilité de la variation de la géométrie par la modification des longueurs des montants en étant les paramètres essentiels pour la correction du mode de réponse de ces structures aux actions statiques et dynamiques. Le choix d'un réseau de mailles triangulaires confère aux systèmes bicouches une rigidité supplémentaire au cisaillement [1].

Les tourbillons et les rafales de vent produisent, dans les systèmes suspendus, le phénomène de „flutter". On peut éviter ce phénomène par lestage, mais ce procédé contravient à l'idée fondamentale concernant le poids réduit du système. Les systèmes bicouches se comportent d'une façon meilleure à cette action, puisqu'ils fonctionnent comme un autoamortisseur. Par une éventuelle différention des sections, de la géométrie des structures et par des modifications des longueurs des câbles, c'est-à-dire par un

fractionnement multiple, les vibrations de la couche directement excitée (extrados) sont absorbées par de multiples voies par la deuxième couche (intrados) qui fonctionne comme un amortiseur.

2. La structure étudiée

La structure étudiée représente un ensemble spatial composé par deux réseaux de câbles, des montants verticaux de liaison et deux anneaux rigides d'ancrage pour les câbles.

Les réseaux de câbles forment des mailles triangulaires à côtés égaux en projection horizontale (fig. 2), les noeuds, qui correspondent aux deux couches étant liés avec les montants de longueurs variables. Les anneaux sont solidarisés au contour à l'aide des treillis en système triangulaire, en formant ainsi un ensemble spatial d'ancrage rigide.

Les noeuds des deux réseaux sont situés sur les surfaces des paraboloïdes de révolution à l'axe central vertical, qui passe par le centre de symétrie de la structure.

Les équations des paraboloïdes de révolution, supérieur et inférieur, sont :

$$(1) \qquad Z_1(x, y) = -\frac{4\bar{f}_1}{l^2}(x^2+y^2)+\bar{f}_1, \quad Z_2(x, y) = \frac{4\bar{f}_2}{l^2}(x^2+y^2)-\bar{f}_2.$$

Les sections de ces paraboloides par des planes parallèles avec le plan $ZO\xi$,

$$(2) \qquad y = n\lambda\frac{\sqrt{3}}{2},$$

sont des paraboles qui représentent la forme des câbles du réseau supérieur et respectivement inférieur, dont les équations sont les suivantes :

$$(3) \qquad Z_1 = -\frac{4\bar{f}_1}{l^2}\left(x^2+\frac{3}{4}n^2\lambda^2\right)+\bar{f}_1, \quad Z_2 = \frac{4\bar{f}_2}{l^2}\left(x^2+\frac{3}{4}n^2\lambda^2\right)-\bar{f}_2,$$

d'où on peut obtenir les expressions :

$$(4) \qquad Z_1'' = -\frac{8\bar{f}_1}{l^2}, \quad Z_2'' = \frac{8\bar{f}_2}{l^2}.$$

La structure étant symétrique, on obtient les mêmes équations pour les câbles situés dans les plans paralléls avec $ZO\eta$ et $ZO\zeta$.

Enfin, la structure spatiale peut être décomposée en fermes planes Jawerth de trois types (fig. 2), ayant toutes leurs éléments tensionés et les semelles ancrées en poutre de bord, à savoir : a) trois fermes de type I, à portée l (diamètre d'anneaux), disposées d'après les trois plans

de symétrie de la structure ; b) six fermes de type II, à portée 5λ, parallèles aux fermes de type I ; c) six fermes de type III, à portée 4λ, parallèles aux mêmes fermes.

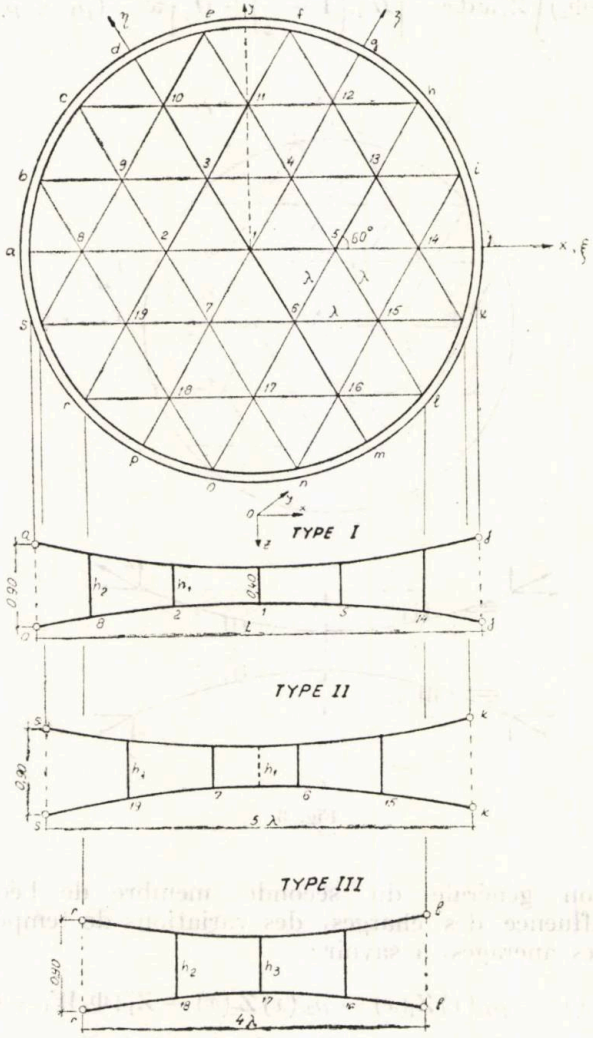


Fig. 2

3. La méthode de calcul utilisée

La méthode de calcul utilisée, fondée sur des hypothèses simplifiantes admises en général dans le calcul des systèmes suspendus, adoptés comme structures des toitures, prend comme point de départ l'équation intégro-diffé-

rentielle d'une ferme plane prétensionnée actionnée par des charges afférentes [2], (fig. 3):

$$(5)\quad Z_1''(\Phi_1+\rho^2\Phi_2)\int_{x_1}^{x_r} Z_2''w\,dx-\left[H_{10}\left(1+\frac{1}{\rho}\right)+H_p\right]w''+(p_{1x}+p_{2x})w'=P(x).$$

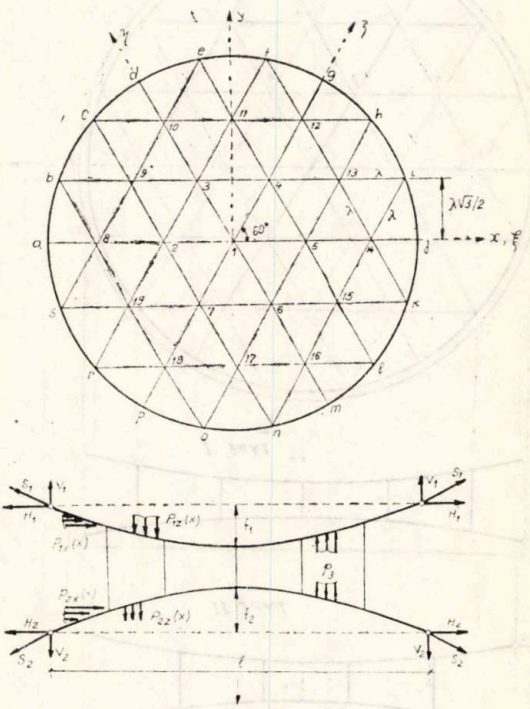


Fig. 3

L'expression générale du seconde membre de l'équation tient compte de l'influence des charges, des variations de température et des déplacements des ancrages, à savoir:

$$(6)\quad P(x)=p_z(x)-p_{1x}(x)\,Z_1'(x)-p_{2x}(x)\,Z_2'(x)+Z_1''\{\Phi_1W_1+Q(x)+N_1(x)-\rho[\Phi_2W_2+Q_2(x)+N_2(x)]\}.$$

Ici H_p répresente la somme des composantes horizontales du câble supérieur et inférieur:

$$(7)\quad H_p=H_{1p}+H_{2p}.$$

Nous admettons dans qui suit les hypothèses suivantes et considérons valables les relations fondamentales ci-dessous:

1. La structure est symétrique et les tracés des câbles supérieurs et inférieurs sont paraboliques.

2. Les forces extérieures s'appliquent aux noeuds du réseau supérieur; à chaque ferme m incidente au noeud i revient une charge distribuée λp_{mi}; par suite ce noeud satisfait la condition d'équilibre :

$$p_i = \lambda \sum_{(m)} p_{mi}. \tag{8}$$

3. On admet pour chaque ferme m la relation :

$$1 - \rho_m \varphi_m = 0 \tag{9}$$

où :

$$\varphi_m = \frac{\Phi_{2m}}{\Phi_{1m}} \tag{10 a}$$

représente le rapport des rigidités des câbles inférieurs et supérieurs et

$$\rho_m = \frac{H_{10m}}{H_{20m}} \tag{10 b}$$

— le rapport des projections horizontales des efforts initiaux (de prétension) dans les câbles.

4. Les rigidités des câbles peuvent être calculées à l'aide des relations (approximatives) :

$$\Phi_{1m} \approx \frac{EA}{l_m(1 + 8f_{1m}/l_m)}, \quad \Phi_{2m} \approx \frac{EA}{l_m(1 + 8f_{2m}/l_m)}, \tag{11}$$

où f_{1m} et f_{2m} sont les ordonnées maxima des tracés paraboliques des câbles de la ferme m.

5. Les déformations axiales Δl_3 des montants s'établissent en fonction de leurs efforts S_3. On distribuent ces déformations aux câbles supérieur et inférieur sous forme des déplacements w_1 et w_2 à l'aide des facteurs de distribution $\varkappa_1$ et $\varkappa_2$:

$$w_1 = \varkappa_1 \Delta l_3, \quad w_2 = \varkappa_2 \Delta l_3, \tag{12}$$

$$\varkappa_1 = \frac{1}{1+\varphi\rho^2}, \quad \varkappa_2 = 1 - \varkappa_1. \tag{13}$$

Pour la plupart de cas on peut les négliger, de telle façon que $w_1 = w_2$.

6. Les valeurs des composantes H_{pm} s'établissent par corrections successives, en fonction des déplacements w_i, à l'aide des expressions :

$$H_{1mp} = \Phi_{1m} \frac{8\bar{f}_{1m}}{l_m^2} \lambda \sum_{(j)} w_{mj}, \quad H_{2mp} = \Phi_{2m} \frac{8\bar{f}_{2m}}{l_m^2} \lambda \sum_{(j)} w_{mj}. \tag{14}$$

7. Les efforts totals dans les câbles de la ferme m s'obtiennent à l'aide des relations :

$$S_{1m} = H^t_{1m}\sqrt{1 + z'^2_1}, \quad S_{2m} = H^t_{2m}\sqrt{1 + z'^2_2}, \tag{15}$$

où

$$H^t_{1m} = H_{10m} + H_{1pm}, \quad H^t_{2m} = H_{20m} + H_{2pm}, \tag{16}$$

H_0 et H_p en étant les composantes horizontales produites sous l'action initiale de prétension et respectivement sous l'action des charges extérieures.

Ayant en vue ces hypothèses, l'équation (5), écrite pour une ferme m parallèle avec le plan de symetrie $ZO\xi$, dans le cas particulier des charges verticales, devient :

$$z''^2_{1m}(\Phi_{1m} + \rho^2\Phi_{2m}) \int_{\xi_e}^{\xi_r} w(\xi)\, d\xi - \left[H_{10m}\left(1 + \frac{1}{\rho}\right) + H_{pm}\right] w''(\xi) = p_{zm}. \tag{17}$$

Si l'on utilise la méthode des différences finies, cette équation, établie pour la ferme m passant par le noeud i, prend la forme :

$$\frac{64\bar{f}^2_1}{l^4}(\Phi_{1mi} + \rho^2_m\Phi_{2mi})\,\lambda\sum_{(j)} w_{mj} - \left[H_{10m}\left(1 + \frac{1}{\rho_m}\right) + H_{pm}\right]\frac{w_{m,i+1} - 2w_{m,i} + w_{m,i-1}}{\lambda^2} = p_{zmi}, \tag{18}$$

où : p_{zmi} est l'intensité de la charge verticale qui revient à la ferme m sous l'action de la force p_i du noeud i ; $w_{m,i+1}$, $w_{m,i}$, $w_{m,i-1}$ sont les déplacements dans les noeuds $i + 1$, i, $i - 1$ de la ferme m.

Si n_1 est le nombre des fermes de la structure, $2n_2$ le nombre des noeuds intérieurs (réseau supérieur et inférieur) et n_3 le nombre des fermes incidentes dans un noeud, on peut établir $n_2 n_3$ équations de type (18) avec les inconnues : n_2 déplacements w_i (dans l'hypothèse que les montants sont rigides) et $n_2 n_3$ forces, p_{zmi}.

Pour résoudre le problème, il faut ajouter encore n_2 équations de type (8), qui expriment l'équilibre des noeuds.

Si l'on élimine les inconnues p_{zmi} en résultera un système de n_2 équations avec n_2 inconnues — les déplacements w_i des noeuds intérieurs de la structure.

Les solutions finales des inconnues s'obtiennent par approximations successives en fonction des valeurs H_{pm} (v. les relations (14)). Enfin, à l'aide des relations (15) et (16) on calcule les efforts dans les câbles du réseau supérieur et inférieur.

4. Exemple numérique

On présente un exemple de calcul par la méthode exposée, pour un modèle ayant les caractéristiques suivantes :

1° Les diamètres des anneaux periphériques, $l = 500$ cm ; le côté de la maille triangulaire en projection horizontale, $\lambda = 95$ cm.

2° Les réseaux supérieur et inférieur sont réalisés en câbles avec $E = 1\,000\,0\,0$ kgf/cm², $A = 0{,}35$ cm².

3° Les caractéristiques géométriques des fermes composantes (trois types) et les tensions initielles (de prétension) sont présentées dans le tableau 1.

Tableau 1

Caractéristiques des fermes

Ferme	l_m cm	$\overline{f}_{1m}$ cm	$\overline{f}_{2m}$ cm	Φ_{1m}	Φ_{2m}	H_{1m} kgf	H_{2m} kgf	ρ_m
I	500	30,5	26,8	470,74	492,00	100	90	10/9
II	475	26,0	22,0	512,52	537,65	90	80	9/8
III	380	18,8	16,0	660,19	689,03	80	70	8/7

4° Les ancrages des câbles sont fixes.

5° Dans chaque noeud intérieur du réseau supérieur s'applique une force $P_i = 60$ kgf.

Grâce à la symétrie de la structure et de la charge, il résulte onze inconnues, à savoir quatre déplacements : w_1, w_2, w_8, w_9 et sept coefficients de distribution des forces : $p_{(aj)1}$, $p_{(aj)2}$, $p_{(aj)8}$, $p_{(rf)2}$, $p_{(bo)8}$, $p_{(se)9}$, $p_{(bi)9}$.

Il faut écrire sept équations de type (18), pour les fermes distinctes et quatre équations d'équilibre (8), pour les noeuds distincts :

(a)

1. *Ferme aj (noeud 1)* :

$$(A + 2B)w_1 + 2(A - B)w_2 + 2Aw_8 = p_{(aj)1}.$$

2. *Ferme aj (noeud 2)* :

$$(A - B)w_1 + 2(A + B)w_2 + (2A - B)w_8 = p_{(aj)2}.$$

3. *Ferme aj (noeud 8)* :

$$Aw_1 + (2A - B)w_2 + 2(A + B)w_8 = p_{(aj)8}.$$

4. *Ferme rf (noeud 2)* :

$$(2C + D)w_2 + (2C - D)w_9 = p_{(rf)2}.$$

5. *Ferme bo (noeud 8)* :

$$2(E + F)w_8 + (E - F)w_9 = p_{(bo)8}.$$

6. *Ferme bi (noeud 9)* :

$$(2G - H)w_2 + 2(G + H)w_9 = p_{(bi)9}.$$

7. *Ferme se (noeud 9)* :

$$2(I - L)w_8 + (I + 2L)w_9 = p_{(se)9}.$$

(b)

8. *Noeud 1 (fermes aj, pg, dm)* :

$$P = \lambda(p_{(aj)1} + p_{(pg)1} + p_{(dm)1}) \rightarrow p_{(aj)1} = \frac{P}{3\lambda}.$$

9. *Noeud 2 (fermes aj, rf, cn)* :

$$P = \lambda\,(p_{(aj)2} + p_{(rf)2} + p_{(cn)2}) \rightarrow p_{(aj)2} + 2p_{(rf)2} = \frac{P}{\lambda}.$$

10. *Noeud 8 (fermes aj, bo, se)* :

$$P = \lambda(p_{(aj)8} + p_{(bo)8} + p_{(se)8}) \rightarrow p_{(aj)8} + 2p_{(bo)8} = \frac{P}{\lambda}.$$

11. *Noeud 9 (fermes bi, se, cn)* :

$$P = \lambda(p_{(bi)9} + p_{(se)9} + p_{(cn)9}) \rightarrow p_{(se)9} + 2p_{(bi)9} = \frac{P}{\lambda}.$$

Dans les équations (a), A, B,..., L ont les expressions ci-dessous :

(c)

$$A = \frac{64\overline{f}_1^2}{l^4}(\Phi_{1(aj)} + \rho^2_{(aj)}\Phi_{2(aj)})\lambda, \qquad C = \frac{64\overline{f}_1^2}{l^4}(\Phi_{1(rf)} + \rho^2_{(rf)}\Phi_{2(rf)})\lambda,$$

$$E = \frac{64\overline{f}_1^2}{l^4}(\Phi_{1(bo)} + \rho^2_{(bo)}\Phi_{2(bo)})\lambda, \qquad G = \frac{64\overline{f}_1^2}{l^4}(\Phi_{1(bi)} + \rho^2_{(bi)}\Phi_{2(bi)})\lambda,$$

$$I = \frac{64\overline{f}_1^2}{l^4}(\Phi_{1(se)} + \rho^2_{(se)}\Phi_{2(se)})\lambda,$$

$$B = \frac{1}{\lambda^2}\left[\left(1 + \frac{1}{\rho_{(aj)}}\right)H_{10(aj)} + H_{1(aj)} + H_{2(aj)}\right],$$

$$D = \frac{1}{\lambda^2}\left[\left(1 + \frac{1}{\rho_{(rf)}}\right)H_{10(rf)} + H_{1(rf)} + H_{2(rf)}\right],$$

$$F = \frac{1}{\lambda^2}\left[\left(1 + \frac{1}{\rho_{(bo)}}\right)H_{10(bo)} + H_{1(bo)} + H_{2(bo)}\right],$$

$$H = \frac{1}{\lambda^2}\left[\left(1 + \frac{1}{\rho_{(bi)}}\right)H_{10(bi)} + H_{1(bi)} + H_{2(bi)}\right],$$

$$L = \frac{1}{\lambda^2}\left[\left(1 + \frac{1}{\rho_{(se)}}\right)H_{10(se)} + H_{1(se)} + H_{2(se)}\right].$$

En introduisant les relations (a) dans les équations (b) on obtient quatre équations avec quatre inconnues (w_1, w_2, w_8, w_9) :

(d)

$$(A + 2B)w_1 + 2(A - B)w_2 + 2Aw_8 = \frac{P}{3\lambda},$$

$$(A - B)w_1 + (2A + 2B + 4C + 2D)w_2 + (2A - B)w_8 + 2(2C - D)w_9 = \frac{P}{\lambda},$$

$$Aw_1 + (2A - B)w_2 + (2A + 2B + 4E + 4F)w_8 + 2(E - F)w_9 = \frac{P}{\lambda},$$

$$2(2G - H)w_2 + 2(I - L)w_8 + (4G + 4H + I + 2L)w_9 = \frac{P}{\lambda}.$$

Les valeurs des inconnues s'obtiennent par un calcul cyclique.

Premier cycle

On prend pour toutes les fermes $H_p = 0$. Les expressions (c) ont les valeurs :

$$A^{(1)} = 0{,}0975, \quad B^{(1)} = 0{,}0210, \quad C^{(1)} = G^{(1)} = 0{,}1079, \quad D^{(1)} = H^{(1)} = 0{,}0188,$$

$$E^{(1)} = I^{(1)} = 0{,}1411, \quad F^{(1)} = L^{(1)} = 0{,}0166$$

et le système d'équations devient :

$$\begin{aligned} 0{,}1395\, w_1 + 0{,}1530\, w_2 + 0{,}1950\, w_8 &= 0{,}2105, \\ 0{,}0765\, w_1 + 0{,}7062\, w_2 + 0{,}1740\, w_8 + 0{,}3940\, w_9 &= 0{,}6316, \\ 0{,}0975\, w_1 + 0{,}1740\, w_2 + 0{,}8678\, w_8 + 0{,}2490\, w_9 &= 0{,}6316, \\ 0{,}3940\, w_2 + 0{,}2490\, w_8 + 0{,}6811\, w_9 &= 0{,}6316, \end{aligned}$$

dont les solutions sont :

$$w_1^{(1)} = 0{,}360 \text{ cm}, \quad w_2^{(1)} = 0{,}471 \text{ cm}, \quad w_8^{(1)} = 0{,}453 \text{ cm}, \quad w_9^{(1)} = 0{,}490 \text{ cm}.$$

A l'aide des relations (14) on obtient :

$$H_{1(aj)}^{(1)} = 96{,}3 \text{ kgf}, \quad H_{2(aj)}^{(1)} = -88{,}5 \text{ kgf}, \quad H_{1(rf)}^{(1)} = 91{,}3 \text{ kgf},$$

$$H_{2(rf)}^{(1)} = -84{,}2 \text{ kgf}, \quad H_{1(se)}^{(1)} = 85{,}4 \text{ kgf}, \quad H_{2(se)}^{(1)} = -76{,}4 \text{ kgf}.$$

Seconde cycle

Avec les valeurs de H_p obtenues dans le premier cycle on calcule les nouvelles expressions (c) :

$$A^{(2)} = 0{,}0975, \quad B^{(2)} = 0{,}0201, \quad C^{(2)} = G^{(2)} = 0{,}1079, \quad D^{(2)} = H^{(2)} = 0{,}0207,$$

$$E^{(2)} = I^{(2)} = 0{,}1411, \quad F^{(2)} = L^{(2)} = 0{,}0181$$

et celles des inconnues :

$$w_1^{(2)} = 0{,}361 \text{ cm}, \quad w_2^{(2)} = 0{,}473 \text{ cm}, \quad w_8^{(2)} = 0{,}455 \text{ cm}, \quad w_9^{(2)} = = 0{,}493 \text{ cm}.$$

À l'aide des rélations (14) on détermine :

$$H_{1(aj)}^{(2)} = 96{,}4 \text{ kgf}, \quad H_{2(aj)}^{(2)} = -88{,}6 \text{ kgf}, \quad H_{1(rf)}^{(2)} = 91{,}5 \text{ kgf},$$

$$H_{2(rf)}^{(2)} = -84{,}3 \text{ kgf}, \quad H_{1(se)}^{(2)} = 85{,}5 \text{ kgf}, \quad H_{2(se)}^{2} = -76{,}5 \text{ kgf}.$$

On remarque une très petite différence entre les valeurs obtenues dans ces deux cycles. Par conséquent le troisième cycle ne présent aucun intérêt pratique et donc on se limite aux valeurs obtenues dans le second cycle.

Disposant des composantes horizontales totales, à l'aide des relations (15) on peut déterminer les efforts dans les câbles des réseaux et aussi dans les montants.

Reçue le 12 janvier 1976

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Mécanique des Constructions

BIBLIOGRAPHIE

1. Le Ricolais R., *A Simple Method of Computation for Planar Networks Space Structures.* Ed. by R. M. Davies, Blackwell Sc. Publ., Oxford a. Edinburgh, 1967.
2. Frei O., Scheleyer F. K., *Zugbeanspruchte Konstruktionen.* Ulstein Verlag, Berlin, 1966.
3. * * * *Construcţii metalice uşoare pentru acoperiri de suprafeţe mari (structuri suspendate).* Compte rendu, Inst. Polyt. Jassy, nr. 15602; INCERC Bucureşti, 1974.
4. Preda N., *Cercetări teoretice şi experimentale ale unor tipuri de acoperişuri de mari deschideri cu structura de rezistenţă din cabluri suspendate, sub acţiunea sarcinilor statice şi dinamice.* Thèse, Inst. Polyt. Jassy, 1974.
5. Райнус Г. Е., *Расчет многопролетных тросов и многопролетных ферм из тросов.* Стройиздат, Ленинград, 1968.

O METODĂ SIMPLIFICATĂ PENTRU CALCULUL STRUCTURILOR ALCĂTUITE DIN REŢELE DE CABLURI PRETENSIONATE

(Rezumat)

Se prezintă o metodă de calcul a structurilor suspendate alcătuite din două straturi de cabluri pretensionate, cu ochiuri triunghiulare, dispuse pe doi paraboloizi de rotaţie cu curburi inverse. Cablurile celor două straturi sînt ancorate în două inele rigide marginale.

Metoda de calcul (bazată pe ipotezele simplificatoare care în general sînt admise la tratarea unor asemenea structuri), are drept punct de plecare ecuaţia integro-diferenţială a unei ferme plane pretensionate, acţionată de sarcina aferentă şi transcrisă în sume şi diferenţe finite centrale, pentru nodurile reţelei.

Se stabileşte un sistem de ecuaţii algebrice liniare în care necunoscutele sînt deplasările pe verticală din cele n noduri ale reţelei, deformaţiile axiale ale montanţilor putînd fi neglijate.

Dispunînd de expresiile deplasărilor, se determină componentele pe orizontală ale eforturilor din cabluri. Problema fiind neliniară, stabilirea valorilor finale ale deplasărilor şi eforturilor este posibilă prin corecţii succesive.

Aplicarea practică a metodei se ilustrează pe un model de structură, cu diametrul inelelor marginale egal cu 5 m, acţionat de sarcini simetrice.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. K. 631.3.001 ; 624.07

ANWENDUNGSMÖGLICHKEITEN DER VERÄNDERLICHEN GRAPHEN IN DER TOPOLOGISCHEN ANALYSE DER TRAGWERKE (III)

VON

C. D. IONESCU, DAN PRECUPANU und RUDOLF MÜHLBÄCHER

1. In dem Beitrag [1] wurde gezeigt wie man die Spannungen und Verformungen eines Rahmentragwerkes durch die topologische Analyse mit Hilfe der veränderlichen Graphen bestimmt. Die erhaltenen Lösungen haben den Nachteil, daß sie sowohl die Knotenpunktmatrix als auch die Randmatrix enthalten. In dem Beitrag [2] behandelte man ein Verfahren, bei welchem nur die Knotenpunktmatrix angewendet wurde. In dieser Arbeit werden Lösungen nur auf Grund der Randmatrix bewiesen.

2. Man nimmt ein Rahmentragwerk als gegeben an und ordnet diesem einen orientierten Umfangsgraph zu, wobei jedem Element des Graphes (Zweig, Knotenpunkt, Rand) algebrisch voneinander abhängige Veränderliche entsprechen.

Die totalen Stabspannungen — der Vektor $\{R\}$ — erhält man als Summe von zwei Vektoren:

$$\{R\} = \{S\} + \{s\}, \tag{1}$$

wobei $\{S\}$ der Vektor der Stabspannungen aus den gegebenen Lasten oder aus den Stabvorverformungen ist.

Die Stabspannungen, die im Vektor $\{s\}$ enthalten sind, sind durch die Stabspannungen aus den Zusatzstäben erzeugt — der Vektor $\{s'\}$ —, wobei der Zusammenhang zwischen diesen zwei Vektoren durch die Randmatrix $[C]$, durch Gleichung

$$\{s\} = [C]\,\{s'\} \tag{2}$$

definiert wird.

Falls man den Rändern willkürlich Veränderliche zuordnet, die im Vektor $\{d\}$ enthalten sind, und die die den Stäben gegebenen Verzerrungen darstellen (Temperaturverformungen, Vorspannungen, Schwinden u. a.), so bestimmt man die Verzerrungen der Ränder — die im Vektor $\{d'\}$ enthalten sind — mit der Gleichung:

$$\{d'\} = [C]^T\,\{d\}. \tag{3}$$

Die totalen Stabverzerrungen erhält man durch:

$$\{V\} = [F]\,\{R\}, \tag{4}$$

wobei $[F]$ die quasidiagonale Matrix, die in der Hauptdiagonale die primitiven Steifigkeitsmatrixen der Stäbe des Tragwerkes enthält, darstellt.

Aus dem Gleichungssystem (1)...(4) erhält man eine Bestimmungsgleichung für die Stabspannungen $\{s'\}$:

$$(5) \qquad \{s'\} = ([C]^T [F] [C])^{-1} \{d\} - ([C]^T [F][C]^{-1}[C]^T [F] \{S\}.$$

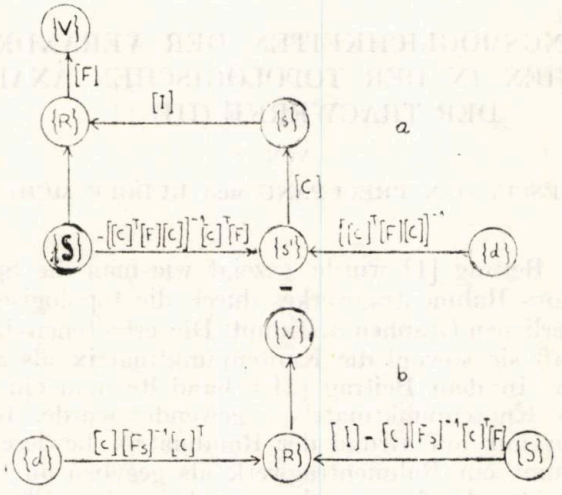


Abb. 1

3. In der topologischen Analyse der Tragwerke, entspricht die Randmethode dem Kraftverfahren aus der klassischen Statik und die Lösungen enthalten nur Randmatrixen. Um den Zusammenhang zwischen den Spannungen und Verzerrungen eines Tragwerkes einerseits und den Stäben gegebenen entsprechenden Belastungen und Verzerrungen andererseits zu erhalten, bildet man den veränderlichen Graph aus Abb. 1 *a*, entsprechend dem Gleichungssystem (1)...(5). Aus dem residuellen veränderlichen Graph (Abb. 1 *b*) erhält man die Lösungen des Systems:

$$(6) \qquad \{R\} = ([I] - [C] [F_S]^{-1} [C]^T [F]) \{S\} + [C] (F_S]^{-1} [C]^T \{d\},$$

$$(7) \qquad \{V\} = [F]([I] - [C] [F_S]^{-1} [C]^T [F]) \{S\} + \{F\} [[C] [F_S]^{-1}[C]^T]\{d\},$$

wobei $[F_S]$ die Steifigkeitsmatrix des Tragwerkes darstellt, und die mit der Gleichung

$$(8) \qquad [F_S] = [C]^T [F] [C]$$

bestimmt wird.

Eingegangen am 9. Juli 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Baumechanik
und
Lehrstuhl für Gründungen,
Geotechnik und Verkehrswege

LITERATURVERZEICHNISS

1. Ionescu C. D., Precupanu D., Mühlbächer R., *Anwendungsmöglichkeiten der veränderlichen Graphen in der topologischen Analyse der Tragwerke (I).* Bul. Inst. polit. Iaşi, XIX (XXIII), *3—4*, s. V, 36—38 (1973).
2. Ionescu C. D., Precupanu D., Mühlbächer R., *Anwendungsmöglichkeiten der veränderlichen Graphen in der topologischen Analyse der Tragwerke (II).* Bul. Inst. polit. Iaşi, XX (XXIV), *3—4*, s. V, 7—9 (1974).
3. Fenves S., Brânin F., *Network — Topological Formulation of Structural Analysis.* Proc. ASCE, Structural Division, ST 4 (1963).
4. Fenves S. a. o., *Guide to Development and Use of Electronic Computer Programs.* Proc. ASCE, Structural Division, ST 6 (1964).
5. Fenves S., *Structural Analysis by Network Matrices and Computers.* Proc. ASCE, Structural Division, ST 1 (1966).
6. Ionescu C. D., *Contribuţii la determinarea răspunsului seismic al structurilor în cadre în conlucrare cu terenul de fundaţie.* Doct. Diss., Technische Hochschule, Jassy, 1973.

POSIBILITĂŢI DE UTILIZARE A GRAFURILOR DE FLUENŢĂ ÎN ANALIZA TOPOLOGICĂ A STRUCTURILOR (III)

(Rezumat)

Se prezintă un procedeu pentru determinarea eforturilor şi a deformaţiilor prin analiza topologică a structurilor, formulare cu avantaje evidente în utilizarea calculatoarelor Soluţiile problemei sînt obţinute prin metoda contururilor folosind grafurile de fluenţă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 624.131

ASUPRA DETERMINĂRII ZONEI DE SIGURANȚĂ DE LA PARTEA INFERIOARĂ A UNUI VERSANT AFECTAT DE DEPLASĂRI DE TEREN (I)

DE

TUDOR SILION și N. IRIMICIUC

1. În zona orașului Iași există numeroși versanți afectați de fenomene de instabilitate care au avut loc în trecut sau sînt active și în prezent.

Caracteristicile geologice și hidrogeologice din zonă favorizează apariția și dezvoltarea acestor fenomene prin faptul că structura terenului cuprinde în suprafață un pachet de prafuri argiloase sau argile prăfoase sensibile la umezire, sub care se găsește un strat de nisip în care este cantonată apa subterană. Stratul de bază este reprezentat prin argila sarmațiană slab marnoasă, constituind fundamentul regiunii [1].

Pachetul de prafuri argiloase și argile prăfoase se caracterizează printr-un indice de plasticitate avînd o valoare de circa 20%...24%, situînd pămîntul la limita între pămînturi de plasticitate mijlocie și plasticitate ridicată. Conținutul ridicat de fracțiuni prăfoase face ca un aport mai important de apă să reducă mult indicii rezistenței la forfecare, ceea ce dă naștere la fenomenele de instabilitate menționate, care se manifestă prin deplasarea unei mase de pămînt de consistență redusă spre piciorul versantului.

Prin natura lor aceste deplasări de teren ocupă un loc intermediar între alunecările de teren și curgerile noroioase [2].

2. O problemă importantă care se pune la amplasarea unor construcții la baza versantului o constituie determinarea zonei de siguranță între aceste construcții și suprafața care ar putea fi parazitată de pămîntul provenit din deplasarea de teren.

Pentru rezolvarea acestei probleme s-a acceptat ideea că un pachet de strate înmuiate s-ar deplasa pe versant ajungînd la echilibru numai în momentul în care materialul de la partea sa de jos ar echilibra materialul care a mai rămas pe versant.

Rezolvarea s-a efectuat în două situații: a) tratînd problema ca una cu caracter static; b) luînd în considerare caracterul dinamic al problemei.

În această Notă se va soluționa problema în prima situație.

3. În fig. 1 se reprezintă stratul de pămînt înmuiat în poziția inițială (linii pline) și în poziția în care a fost atins echilibrul (linii întrerupte).

În momentul echilibrului se poate scrie următoarea ecuație de echilibru:

$$T'_x = \gamma H x \sin \beta - \gamma H x \cos \beta \operatorname{tg} \Phi - cx,$$

care după unele transformări devine

(1) $$T'_x = \gamma H x \cos\beta(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\Phi) - cx.$$

Dacă nu se iau în considerare împingerile E_a și E_p, considerînd că rezultanta lor ar fi egală cu zero, masa de pămînt de pe versant va fi în echilibru cînd $T'_x = 0$, încît din relația (1) rezultă

$$\gamma H x \cos\beta(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\Phi) - cx = 0$$

sau

$$\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\Phi + \frac{c}{\gamma H \cos\beta}.$$

În acest caz $x = l$ și nu are loc o deplasare a masei de pămînt pe versant.

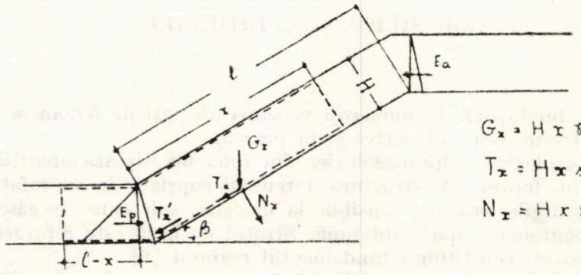


Fig. 1

În cazul în care $T'_x > 0$ componenta sa orizontală ($T'_x \cos\beta$) va trebui să fie preluată de coeziunea și frecarea pe porțiunea de lungime $l - x$, pentru realizarea echilibrului încît:

$$T'_x \cos\beta - (l - x)\gamma H \operatorname{tg}\Phi - c(l - x) = 0,$$

$$\gamma H x \cos^2\beta\,(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\Phi) - cx\cos\beta - \gamma H(l - x)\operatorname{tg}\Phi - c(l - x) = 0,$$

de unde rezultă

(2) $$x[\gamma H \cos^2\beta(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\Phi) - c\cos\beta + \gamma H \operatorname{tg}\Phi + c = (\gamma H \operatorname{tg}\Phi + c)l.$$

Se observă că pentru $T'_x = 0$ rezultă $x = l$.

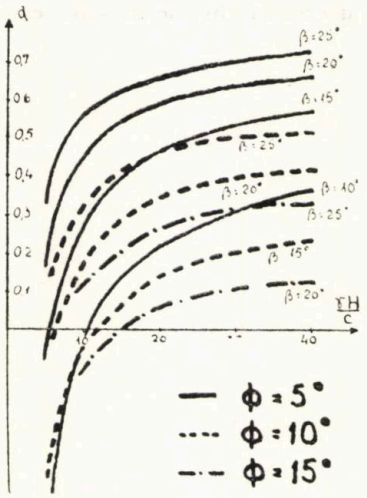
Dacă $c = 0$ și $\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\Phi$ de asemenea rezultă $x = l$. În această situație masa de pămînt de pe versant nu alunecă și nu parazitează suprafața orizontală de la baza versantului.

4. În cazul în care $T'_x > 0$ se poate calcula distanța x la care se stabilește un echilibru între masa de pămînt alunecată și masa care a parazitat suprafața de la piciorul versantului. În acest caz, din relația (2) rezultă

$$x = \frac{\gamma H \operatorname{tg}\Phi + c}{\gamma H \cos^2\beta\,(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\Phi) - c\cos\beta + \gamma H \operatorname{tg}\Phi + c}\, l.$$

Porțiunea din aval care parazitează șesul va fi deci:

$$(3) \qquad s = l\left[1 - \frac{\gamma H \operatorname{tg} \Phi + c}{\gamma H \cos^2 \beta (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \Phi) - c \cos \beta + \gamma H \operatorname{tg} \Phi + c}\right].$$



Fig, 2

Pentru ușurarea aplicării relației de calcul (3) s-a întocmit un grafic în care funcție de panta versantului, unghiul de frecare interioară și factorul $\gamma H/c$, cunoscut sub denumirea de *coeficient de stabilitate*, se poate determina direct coeficientul α, care este egal cu expresia conținută în paranteza din relația (3), astfel încît:

$$s = \alpha l.$$

Primită la 16 decembrie 1975

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de geotehnică, fundații și căi de comunicații
și
Catedra de mecanică

BIBLIOGRAFIE

1. Stănculescu I., Silion T., Mihăilescu C., *Metode de combaterea alunecărilor de teren ce se manifestă în raza municipiului Iași.* A III-a conferință de geotehnică și fundații, Timișoara, 1975.
2. Tufescu V., *Modelarea naturală a reliefului și eroziunea accelerată.* Ed. Acad. R. P.R., Buc., 1966.
3. Jaeger C., *Stabilitatea unor mase de roci fisurate, parțial submersate și alunecarea de stînci de la Vajont.* A. S. C. E., 1968.

BEITRAG ZUR BESTIMMUNG DER SICHERHEITSZONE AM FUSSE EINES HANGES DER DEM ERDRUTSCH AUSGESETZT IST

(Zusammenfassung)

Auf Grund von Gleichgewichtsbedingungen wird ein graphisches Verfahren gegeben welches ermöglicht die Größe der Sicherheitszone am Fusse eines Hanges der dem Erdrutsch ausgesetzt ist zu bestimmen.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secția V
CONSTRUCȚII, ARHITECTURĂ

C. Z. 627.4

CONTRIBUȚII LA CALCULUL STABILITĂȚII TALUZURILOR PRIN METODA SPIRALEI LOGARITMICE (II)

DE

VICTOR ZAVATI și VIOREL MURGESCU

1. Introducere

În [1] s-a întreprins un studiu al spiralelor logaritmice considerate drept curbe directoare de alunecare a taluzurilor, în cadrul căruia s-au prezentat două metode de determinare a polului spiralei de alunecare, în funcție de unele elemente geometrice și caracteristici fizico-mecanice ale taluzului.

În Nota prezentă ne propunem să determinăm spirala de alunecare în condițiile echilibrului limită, pentru cazul unui masiv de pământ omogen, delimitat de un taluz plan, în ipoteze ce vor fi bine precizate în cele ce urmează.

2. Enunțul problemei

Se consideră un masiv de pământ omogen, delimitat de un taluz plan BC, înclinat cu unghiul φ față de orizontală, de înălțime h și delimitat la bază de arcul spiralei de alunecare $\overset{\frown}{AB}$, solicitat de încărcarea greutății proprii (v. fig. 1).

Se raportează masivul la un sistem cartezian ortogonal xOy, unde axa Ox este definită de orizontala părții superioare a masivului, iar axa Oy are direcția verticalei prin piciorul B al taluzului.

Se presupun cunoscute următoarele elemente fizico-mecanice ale pământului: coeziunea c, unghiul de frecare internă Φ și greutatea specifică γ. De asemenea, se fac următoarele ipoteze: a) cedarea masivului are loc după o suprafață cilindrică, având drept curbă directoare un arc $\overset{\frown}{AB}$ de spirală logaritmică; b) linia de alunecare trece prin piciorul $B(0, h)$ al taluzului; c) abscisa punctului superior $A(a, 0)$ al liniei de alunecare este considerată ca un parametru variabil $(a_1 < a < b)$; d) rambleul este omogen iar masivul de pământ supus alunecării este considerat ca un întreg (bloc) căruia i se aplică ecuația de echilibru (a momentelor), definită de Rendulic [2].

În aceste condiții se pune și se rezolvă problema determinării polului $P(\lambda, -\mu)$ al spiralei logaritmice critice de alunecare, prin metoda echilibrului limită, în funcție de unele elemente geometrice și de caracteristicile fizico-mecanice ale masivului de pământ.

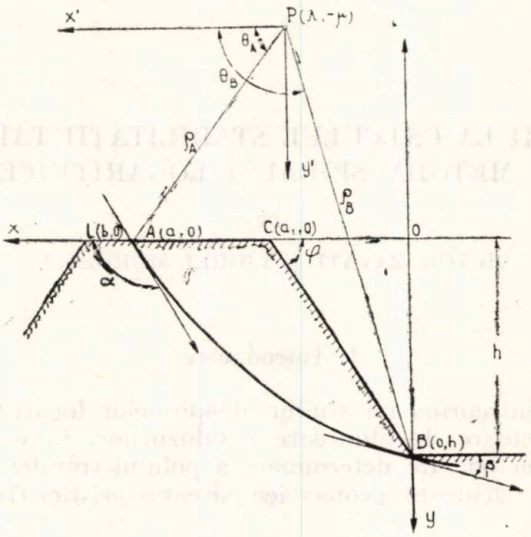


Fig. 1

3. Calcule auxiliare

În scopul determinării greutății masivului de pământ supus alunecării și a centrului de greutate corespunzător, în funcție de datele problemei precum și de coordonatele λ și $-\mu$ ale polului P al spiralei de alunecare, se mai consideră un sistem de axe de coordonate, ortogonal, $x'Py'$, având originea în polul P al spiralei, translat față de sistemul xOy și la fel orientat.

Ecuația spiralei AB în coordonate polare (Px' fiind axa polară), este de forma (v. [1]):

$$\rho = Ke^{\theta \operatorname{tg} \Phi}. \tag{3.1}$$

Dacă (θ, ρ) sînt coordonatele polare ale unui punct oarecare din plan, atunci coordonatele sale carteziene (x, y), față de sistemul xOy, sînt legate de primele prin relațiile

$$x = \lambda + \rho \cos \theta, \quad y = -\mu + \rho \sin \theta, \tag{3.2}$$

astfel încît coordonatele carteziene (x, y) ale unui punct curent al spiralei, raportată la același sistem, au expresia

$$(AB) \qquad x = \lambda + Ke^{\theta \operatorname{tg} \Phi} \cos \theta, \quad y = -\mu + Ke^{\theta \operatorname{tg} \Phi} \sin \theta. \tag{3.3}$$

Notînd acum cu (θ_A, ρ_A) și (θ_B, ρ_B) coordonatele polare ale punctelor A și B, ne propunem să exprimăm în funcție de coordonatele carteziene ale punctelor A și B și de coordonatele polului P, următoarele integrale :

$$(3.4)\quad \begin{cases} J_1 = \int_{\theta_B}^{\theta_A} e^{\theta \operatorname{tg}\Phi} \sin\theta\, d\theta, & J_2 = \int_{\theta_B}^{\theta_A} e^{\theta \operatorname{tg}\Phi} \cos\theta\, d\theta, & J_3 = \int_{\theta_B}^{\theta_A} e^{2\theta \operatorname{tg}\Phi} \sin 2\theta\, d\theta, \\ J_4 = \int_{\theta_B}^{\theta_A} e^{2\theta \operatorname{tg}\Phi} \cos 2\theta\, d\theta, & J_5 = \int_{\theta_B}^{\theta_A} e^{2\theta \operatorname{tg}\Phi}\, d\theta, & J_6 = \int_{\theta_B}^{\theta_A} e^{3\theta \operatorname{tg}\Phi} \sin 3\theta\, d\theta, \\ J_7 = \int_{\theta_B}^{\theta_A} e^{3\theta \operatorname{tg}\Phi} \cos 3\theta\, d\theta, & J_8 = \int_{\theta_B}^{\theta_A} e^{3\theta \operatorname{tg}\Phi} \sin\theta\, d\theta, & J_9 = \int_{\theta_B}^{\theta_A} e^{3\theta \operatorname{tg}\Phi} \cos\theta\, d\theta. \end{cases}$$

Pentru aceasta, se extrag în prealabil din (3.3) expresiile

$$(3.5)\quad e^{\theta \operatorname{tg}\Phi} \cos\theta = \frac{x-\lambda}{K},\quad e^{\theta \operatorname{tg}\Phi} \sin\theta = \frac{y+\mu}{K},$$

din care se obțin prin combinații convenabile, următoarele relații:

$$(3.6)\quad \begin{cases} e^{2\theta \operatorname{tg}\Phi} = \dfrac{(x-\lambda)^2 + (y+\mu)^2}{K^2},\quad e^{2\theta \operatorname{tg}\Phi} \sin 2\theta = \dfrac{2(x-\lambda)(y+\mu)}{K^2}, \\ e^{2\theta \operatorname{tg}\Phi} \cos 2\theta = \dfrac{(x-\lambda)^2 - (y+\mu)^2}{K^2}, \\ e^{3\theta \operatorname{tg}\Phi} \sin 3\theta = (y+\mu)\dfrac{3(x-\lambda)^2 - (y+\mu)^2}{K^3}, \\ e^{3\theta \operatorname{tg}\Phi} \cos 3\theta = (x-\lambda)\dfrac{(x-\lambda)^2 - 3(y+\mu)^2}{K^3}, \\ e^{3\theta \operatorname{tg}\Phi} \sin\theta = (y+\mu)\dfrac{(x-\lambda)^2 + (y+\mu)^2}{K^3}, \\ e^{3\theta \operatorname{tg}\Phi} \cos\theta = (x-\lambda)\dfrac{(x-\lambda)^2 + (y+\mu)^2}{K^3}. \end{cases}$$

Exprimînd acum primitivele corespunzătoare integralelor (3.4) cu ajutorul funcțiilor (3.5) și (3.6) și ținînd seamă de faptul că

$$x_A = a,\quad y_A = 0,\quad x_B = 0,\quad y_B = h,$$

pentru integralele (3.4) se obțin următoarele valori:

$$(3.7)\quad \begin{cases} J_1 = \dfrac{h \sin 2\Phi + 2a \cos^2\Phi}{2K},\quad J_2 = \dfrac{a \sin 2\Phi - 2h \cos^2\Phi}{2K}, \\ J_3 = \dfrac{(h\lambda + a\mu)\sin 2\Phi - (a^2 + h^2 - 2a\lambda + 2h\mu)\cos^2\Phi}{2K^2}, \\ J_4 = \dfrac{(a^2 + h^2 - 2a\lambda + 2h\mu)\sin 2\Phi + 4(h\lambda + a\mu)\cos^2\Phi}{4K^2}, \\ J_5 = \dfrac{a^2 - h^2 - 2a\lambda - 2h\mu}{2K^2 \operatorname{tg}\Phi}, \end{cases}$$

$$
(3.7)\quad \begin{cases} J_6 = \dfrac{[(h+\mu)^3 - 3\lambda^2(h+\mu) - \mu^3 + 3\mu(a-\lambda)^2]\sin 2\Phi}{6K^3} - \\ \quad - \dfrac{[(a-\lambda)^3 - 3\mu^2(a-\lambda) + \lambda^3 - 3\lambda(h+\mu)^2]\cos^2\Phi}{3K^3}, \\ J_7 = \dfrac{[(a-\lambda)^3 - 3\mu^2(a-\lambda) + \lambda^3 - 3\lambda(h+\mu)^2]\sin 2\Phi}{6K^3} + \\ \quad + \dfrac{[(h+\mu)^3 - 3\lambda^2(h+\mu) - \mu^3 + 3\mu(a-\lambda)^2]\cos^2\Phi}{3K^3}, \\ J_8 = \dfrac{[\mu^3 + \mu(a-\lambda)^2 - \lambda^2(h+\mu) - (h+\mu)^3]\sin 2\psi}{2K^3} - \\ \quad - \dfrac{[(a-\lambda)^3 + (a-\lambda)\mu^2 + \lambda^3 + \lambda(h+\mu)^2]\cos^2\psi}{K^3}, \\ J_9 = \dfrac{[(a-\lambda)^3 + (a-\lambda)\mu^2 + \lambda^3 + \lambda(h+\mu)^2]\sin 2\psi}{2K^3} + \\ \quad + \dfrac{[\mu^3 + \mu(a-\lambda)^2 - \lambda^2(h+\mu) - (h+\mu)^3]\cos^2\psi}{K^3}, \end{cases}
$$

unde s-a notat

$$
(3.8)\qquad \operatorname{tg}\psi = 3\operatorname{tg}\Phi.
$$

4. Calculul greutății blocului $ABCA$ și al abscisei centrului său de greutate

Notînd cu $y = y_s(x)$ ecuația arcului de spirală $\overset{\frown}{AB}$ și ținînd seamă de faptul că aria triunghiului COB are valoarea $\frac{1}{2}a_1^2 \operatorname{tg}\varphi$, unde φ este unghiul de înclinare al taluzului, rezultă că greutatea porțiunii D din masiv, ce este supusă alunecării, are expresia

$$
(4.1)\qquad G_D = \gamma\left[\int_0^a y_S(x)\,\mathrm{d}x - \frac{1}{2}a_1^2 \operatorname{tg}\varphi\right],
$$

unde γ este greutatea specifică a pămîntului. Notînd

$$
(4.2)\qquad I(\lambda, \mu) = \int_0^a y_S(x)\,\mathrm{d}x,
$$

după efectuarea substituției

$$
(4.3)\qquad x = \lambda + Ke^{\theta \operatorname{tg}\Phi}\cos\theta,
$$

pentru care $y_S(x) = -\mu + Ke^{\theta \operatorname{tg}\Phi} \sin\theta$, iar $\mathrm{d}x = Ke^{\theta \operatorname{tg}\Phi}(\operatorname{tg}\Phi\cos\theta - \sin\theta)\mathrm{d}\theta$, integrala (4.2) devine

$$I(\lambda, \mu) = K\mu(J_1 - J_2 \operatorname{tg}\Phi) + \frac{1}{2}K^2(J_3 \operatorname{tg}\Phi + J_4) - \frac{1}{2}K^2 J_5, \tag{4.4}$$

unde $J_1, \ldots, J_5$ au valorile date în (3.7). Înlocuindu-le pe acestea în (4.4), se obține

$$I(\lambda, \mu) = \frac{1}{2}(h\lambda - a\mu) - \frac{1}{4}(a^2 - h^2 - 2a\lambda - 2h\mu)\operatorname{ctg}\Phi, \tag{4.5}$$

iar (4.1) devine

$$G_D = \gamma\left[I(\lambda, \mu) - \frac{1}{2}a_1^2 \operatorname{tg}\varphi\right]. \tag{4.6}$$

Notînd acum cu x_G abscisa centrului de greutate al domeniului D, avem

$$x_G = \frac{\gamma}{G_D}\iint_D x\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y. \tag{4.7}$$

Ținînd seamă că ecuația dreptei CB este $y_T = (a_1 - x)\operatorname{tg}\varphi$, rezultă că

$$\begin{aligned}\iint_D x\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y &= \int_0^a x\,\mathrm{d}x \int_{y_T(x)}^{y_S(x)} \mathrm{d}y = \int_0^a xy_S(x)\,\mathrm{d}x - \operatorname{tg}\varphi \int_0^{a_1} x(a_1 - x)\mathrm{d}x = \\ &= \int_0^a xy_S(x)\mathrm{d}x - \frac{1}{6}a_1^3 \operatorname{tg}\varphi.\end{aligned} \tag{4.8}$$

Calculul ultimei integrale efectuîndu-se ca și calculul integralei (4.2), se obține

$$\begin{aligned}U(\lambda, \mu) = \int_0^a xy_S(x)\,\mathrm{d}x &= \lambda I(\lambda, \mu) + \frac{1}{2}K^2\mu\,[J_3 - (J_4 + J_5)\operatorname{tg}\Phi] + \\ &+ \frac{1}{4}K^3(J_7 + J_6 \operatorname{tg}\Phi + J_8 \operatorname{tg}\Phi - J_9),\end{aligned} \tag{4.9}$$

unde $I(\lambda, \mu)$ are expresia (4.5), iar $J_3, \ldots, J_9$ au valorile date de (3.7). După înlocuirea acestora în (4.9) și efectuarea reducerilor corespunzătoare se obține

$$\begin{aligned}U(\lambda, \mu) = \lambda I(\lambda, \mu) &- \frac{1}{6}(2h\lambda^2 - 2a\lambda\mu + a^2\mu) + \\ &+ \frac{1}{3}(2a\lambda\mu + h\lambda^2 + 3h\mu^2 - a^2\mu + 3h^2\mu + h^3)\cos^2\psi - \\ &- \frac{1}{6}(3a\lambda^2 + 2h\lambda\mu + a\mu^2 - 3a^2\mu + h^2\lambda + a^3)\sin 2\psi.\end{aligned} \tag{4.10}$$

Prin urmare, din (4.8) rezultă

$$x_G = \frac{\gamma}{G_D}\left[U(\lambda, \mu) - \frac{1}{6} a_1^3 \operatorname{tg} \varphi\right], \tag{4.11}$$

unde $U(\lambda, \mu)$ are expresia din (4.10).

5. Determinarea polului spiralei de alunecare în condiţiile echilibrului limită, pentru cazul în care masivul este considerat ca un întreg ($\theta_B \leqslant \pi/2 + \Phi$)

Deoarece, în cazul acceptării suprafeţei de cedare ce are drept directoare spirala logaritmică de ecuaţie (3.1), forţele de frecare nu dau moment în raport cu polul P, rezultă că echilibrul forţelor se realizează prin condiţia ca mărimea momentului forţelor tangenţiale (de alunecare), $\mathfrak{M}_T(\widehat{AB})$, să fie egal cu valoarea momentului forţelor de coeziune, $\mathfrak{M}_C(\widehat{AB})$, ce sînt mobilizate de-a lungul liniei de rupere $\widehat{AB}$.

Cum pentru un element de arc Δs_i al spiralei, forţa de coeziune are direcţia versorului tangent $\mathbf{t}_i$ şi este dată de $\mathbf{c}_i = c\Delta s_i \mathbf{t}_i$, urmează că valorea momentului corespunzător în raport cu polul este $\mathfrak{M}_i = c\Delta s_i n_i$, unde $n_i = \rho_i \cos \Phi$, (fig. 2). Însumînd aceste valori pentru toate elementele Δs_i, corespunzătoare arcului $\widehat{AB}$, pentru valoarea momentului total se ob ţine expresia

$$\mathfrak{M}_C = \lim \sum_{\widehat{AB}} \mathfrak{M}_i = \lim \sum_{\widehat{AB}} c \cos \Phi \, \rho_i \Delta s_i = c \cos \Phi \int_{\theta_A}^{\theta_B} \rho \, ds,$$

unde ρ este dat de (3.1). După calculul ultimei inegrale se obţine formula dată de R e n d u l i c [2];

$$\mathfrak{M}_C(\widehat{AB}) = \frac{c}{2 \operatorname{tg} \Phi}(\rho_B^2 - \rho_A^2). \tag{5.1}$$

Ţinînd seamă de faptul că $\rho_A = \sqrt{(a-\lambda)^2 + \mu^2}$ şi $\rho_B = \sqrt{\lambda^2 + (h+\mu)^2}$, după înlocuirea acextora în (5.1) se obţine

$$\mathfrak{M}_C(\widehat{AB}) = \frac{c}{\operatorname{tg} \Phi}(h\mu + a\lambda). \tag{5.2}$$

Calculul lui $\mathfrak{M}_T(\widehat{AB})$ se reduce la calculul momentului forţei $\mathbf{G}_D$ în raport cu polul P, care este în fond egal cu momentul forţelor tangenţiale, deoarece, după cum s-a remarcat la început, forţele de frecare sînt

dirijate în lungul razei vectoare și trec prin polul spiralei (fig. 3). Urmează atunci că

$$\mathfrak{M}_T(\widehat{AB}) = G_D d = G_D \mid \lambda - x_G \mid, \tag{5.3}$$

unde G_D este dat de (4.6), iar x_G are expresia (4.11). În consecință, după înlocuirea acestora în (5.3), se obține

$$\mathfrak{M}_T(\widehat{AB}) = \gamma \text{ val. abs.} \left[\lambda I(\lambda, \mu) - U(\lambda, \mu) + \frac{1}{6} a_1^3(a_1 - 3\lambda)\operatorname{tg}\varphi\right], \tag{5.4}$$

unde $U(\lambda, \mu)$ este dat de (4.10). Deci, rezultă că ecuația de echilibru

$$\mathfrak{M}_T(\widehat{AB}) = \mathfrak{M}_C(\widehat{AB}),$$

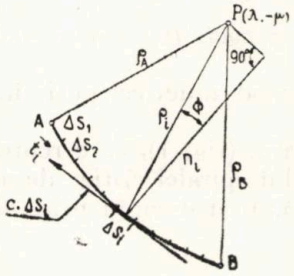


Fig. 2

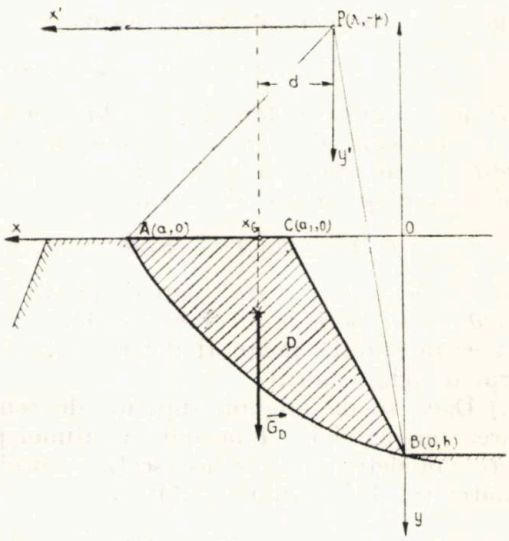


Fig. 3

după înlocuirea expresiilor corespunzătoare din (5.2), (5.4) și (4.10), ia forma

$$\begin{aligned} &h\lambda^2 - 4a\lambda\mu - 3h\mu^2 + (2a^2 - 3h^2)\mu - h^3 - [h\lambda^2 + 2a\lambda\mu + \\ &+ 3h\mu^2 + (3h^2 - a^2)\mu + h^3]\cos 2\psi + [3a\lambda^2 + 2h\lambda\mu + a\mu^2 + \\ &+ (h^2 - 3a^2)\lambda + a^3]\sin 2\psi + a_1^2(a_1 - 3\lambda)\operatorname{tg}\varphi = \\ &= \frac{6c\varepsilon(h\mu + a\lambda)}{\gamma \operatorname{tg}\Phi}, \end{aligned} \tag{5.5}$$

unde $\varepsilon = 1$ dacă $x_G < \lambda$ și $\varepsilon = -1$ dacă $x_G > \lambda$.

Notînd acum

$$
(5.6)\qquad \begin{cases} a_{11} = h(1-\cos 2\psi) + 3a\sin 2\psi = 2\sin\psi\,(h\sin\psi + 3a\cos\psi), \\ -a_{12} = h\sin 2\psi - a\cos 2\psi - 2a, \\ a_{22} = a\sin 2\psi - 3h(1+\cos 2\psi) = 2\cos\psi\,(a\sin\psi - 3h\cos\psi), \\ a_{13} = \dfrac{1}{2}\left[(h^2-3a^2)\sin 2\psi - \dfrac{6\varepsilon ac}{\gamma}\operatorname{ctg}\Phi - 3a_1^2\operatorname{tg}\varphi\right], \\ -a_{23} = \dfrac{1}{2}\left[2a^2 - 3h^2 + (a^2-3h^2)\cos 2\psi - \dfrac{6\varepsilon hc}{\gamma}\operatorname{ctg}\Phi\right], \\ a_{33} = a^3\sin 2\psi - h^3(1+\cos 2\psi) + a_1^3\operatorname{tg}\varphi, \end{cases}
$$

condiția de echilibru (5.5) capătă forma

$$
(5.7)\qquad a_{11}\lambda^2 - 2a_{12}\lambda\mu + a_{22}\mu^2 + 2a_{13}\lambda - 2a_{23}\mu + a_{33} = 0.
$$

Ținînd seamă de faptul că polul spiralei are coordonatele $x = \lambda$ și $y = -\mu$, urmează de aici că *spirala de alunecare cea mai defavorabilă în condițiile echilibrului limită și care trece prin punctele* $A(a, 0)$ *și* $B(0, h)$, *are polul situat pe conica de ecuație*

$$
(5.8)\qquad a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0,
$$

în care coeficienții a_{ij} *sînt dați de* (5.6), *iar* ε *poate lua numai una din cele două valori posibile* $(+1$ *sau* $-1)$.

Această spirală poate fi determinată în mod unic, cel puțin în una din următoarele condiții:

a) Dacă se dă unghiul superior de cedare α (fig. 1), care reprezintă înclinarea tangentei în A la spirală, atunci polul spiralei critice de alunecare este unic determinat de intersecția conicei (5.8) cu dreapta prin $A(a, 0)$ de ecuație (v. [1], formula (2.7)):

$$
(5.9)\qquad y = -\operatorname{ctg}(\Phi + \alpha)(x - a).
$$

b) La o concluzie similară se ajunge dacă se cunoaște unghiul de cedare β, situat la baza taluzului, în punctul B (v. fig. 1).

c) Dacă se presupune că în punctul B orizontala este tangentă la spirală, ceea ce corespunde unei condiții defavorabile de stabilitate (rezistență minimă la baza taluzului), atunci polul spiralei este unic determinat de intersecția conicei (5.8) cu dreapta prin B ce face unghiul Φ cu verticala, de ecuație

$$
(5.10)\qquad y = -x\operatorname{ctg}\Phi + h.
$$

d) În fine, *dacă se acceptă faptul că, pentru un taluz plan, polul spiralei logaritmice critice se află situat pe verticala care împarte taluzul în două părți egale, așa după cum au stabilit* V e r d e y e n și R o i s i n [3], *atunci el este unic determinat de intersecția dreptei* $x = a_1/2$ *cu conica* (5.8), fără a mai fi nevoie de a introduce o condiție suplimentară.

Ne propunem, în continuare, să întreprindem un studiu simplu al conicei (5.8) cu coeficienții (5.6), deoarece ea reprezintă locul geometric al polilor tuturor spiralelor critice de alunecare, în condițiile precizate anterior. În acest scop, se consideră mai întîi invariantul fundamental $\delta = a_{11}a_{22} - a_{12}^2$, a cărui expresie poate fi pusă sub forma

$$\delta = -4(a^2\cos^2 2\psi + h^2\sin^2 2\psi + ah\sin 2\psi + a^2/4) - \\ -4(a^2 + 2ah\sin 2\psi)\cos 2\psi, \tag{5.11}$$

și se observă că semnul său depinde pe lîngă mărimea lui ψ (și implicit a lui Φ) și de valorile lui a și h. Ținînd seamă de faptul că ambele paranteze au valori pozitive, deoarece $2\psi < 180°$, un calcul simplu arată că dacă $\cos 2\psi \geqslant -1/4$, avem $\delta < 0$. Rezultă de aici că pentru $0 < \Phi < \leqslant 23°20'$, conica (5.8) este hiperbolă. Dar, de îndată ce $\Phi \geqslant 23°20'$, se poate constata că semnul lui δ poate varia atît în funcție de valorile unghiului Φ de frecare, cît și în funcție de raportul a/h, astfel încît conica (5.8) poate fi de gen elipsă, hiperbolă sau parabolă.

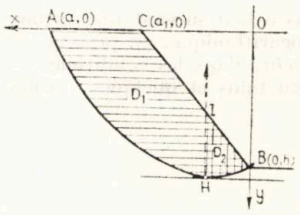


Fig. 4

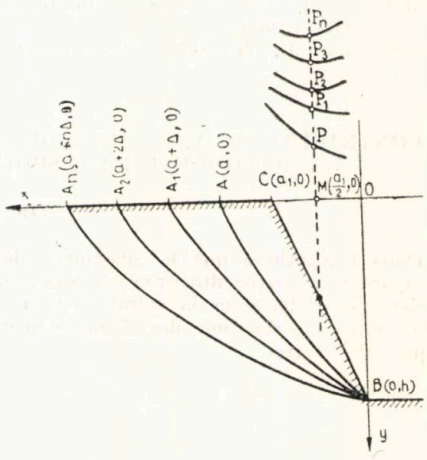


Fig. 5

Observații. 1° Este important de subliniat faptul că toate calculele au fost concepute în ipoteza că arcul $\widehat{AB}$ al spiralei de alunecare nu prezintă un maxim relativ în interiorul intervalului $(0, a)$, ceea ce presupune că $\theta_B \leqslant \pi/2 + \Phi$.

În cazul în care $\theta_B > \pi/2 + \Phi$, calculele pot fi efectuate într-o manieră asemănătoare, considerînd masivul de pămînt supus alunecării ca fiind compus din două fîșii verticale, D_1 și D_2 (fig. 4), separate de verticala IH dusă prin punctul H de maxim, deoarece momentele forțelor active corespunzătoare celor două fîșii sînt de sens contrar. De astă dată se calculează separat greutățile și centrele de greutate ale fîșiilor D_1 și D_2, precum și momentele active corespunzătoare.

2° Dacă se consideră un șir de valori ale parametrului a, de forma

$$a,\ a + \Delta,\ a + 2\Delta \ldots, a + n\Delta \ldots, (\Delta > 0),$$

care corespund unui șir de poziții ale punctului superior de rupere A, variația corespunzătoare a polului spiralei critice de alunecare se reprezintă pe verticala de ecuație $x = a_1/2$, la intersecția sa cu conicele de ecuații (5.8), construite pentru valorile $a + n\Delta$ ale parametrului a, ca în fig. 5.

Primită la 1 iulie 1975

Institutul politehnic, Iași
Catedra de beton armat
și construcții hidrotehnice
și
Catedra de matematici I

BIBLIOGRAFIE

1. Zavati V., Murgescu V., *Contribuții la calculul stabilității taluzurilor prin metoda spiralei logaritmice* (I). Bul. Inst. polit. Iași, **XXI (XXV)**, *1—2*, s. V (1975).
2. Rendulic L., *Ein Beitrag zur Bestimmung der Gleitsicherheit.* Bauingenieur, **16**, 230—233 (1935).
3. Verdeyen J., Roisin V., *Stabilité des Terres.* Eyrolles, Paris, 1955.

CONTRIBUTIONS AU CALCUL DE LA STABILITÉ DES TALUS SELON LA MÉTHODE DE LA SPIRALE LOGARITHMIQUE (II)

(Résumé)

Dans l'hypothèse que le glissement dans un talus a lieu suivant une surface cylindrique ayant une courbe directrice en forme de spirale logarithmique, on pose et on résout le problème de déterminer la spirale critique de glissement, dans les conditions de l'équilibre limite et en fonction des élements géométriques du talus et quelques valeurs caractéristiques des terres.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. K. 624.07 ; 624.2

OPTIMALE AUSLEGUNG DER HAUPTTRÄGER VON VERBUNDBRÜCKEN MIT LEICHTBETONFAHRBAHNPLATTE (I)

VON

RUDOLF MÜHLBÄCHER, C. D. IONESCU und DAN PRECUPANU

1. Es wird ein Vorberechnungsverfahren für Verbundbrücken mit vorgefertigter Leichtbetonfahrbahnplatte gegeben. Da die Schwindeinflüße bei Leichtbeton groß sind ist die Vorfertigung der Fahrbahnplatten vorteilhaft, sodaß keine Schwindspannungen im Verbundquerschnitt auftreten.

Ausgehend von der optimalen Trägerhöhe [2] für ein vorgegebenes Biegemoment M

$$h^* = \sqrt[3]{W\lambda}, \tag{1}$$

wobei $W = M/\sigma_{zul.}$ das erforderliche Widerstandsmoment und $\lambda = h/t_i$ Schlankheitsgrad des Trägersteges ist, erhält man eine Verminderung der optimalen Trägerhöhe gegenüber Blechträgern von 0,87.

In folgenden wird angenommen, daß die Gurtdicken und Plattendicke vernachlässigbar klein sind ; ebenfalls sind die Betonspannungen klein und überschreiten nicht die zulässigen Betonspannungen.

2. Gewöhnlich aber bei Brücken muß man berücksichtigen, daß ein Teil der ständigen Lasten allein vom Stahlträger aufgenommen wird (Phase I) und der restliche Teil und die Verkehrslasten vom Verbundträger (Phase II), sodaß man die Momente aus beiden Phasen miteinbeziehen muß [3]. Man muß also eine optimale Materialverteilung finden, damit die Summe der auftretenden Spannungen aus beiden Phasen die zulässigen Spannungen im Unter- und Obergurt nicht überschreiten.

Das Moment M setzt sich aus dem Moment in der Phase I und II zusammen :

$$M = M^{\mathrm{I}} + M^{\mathrm{II}}. \tag{2}$$

Bezeichnet man mit

$$\alpha = \frac{M^{\mathrm{I}}}{M^{\mathrm{II}}} \tag{3}$$

so erhält man :

$$M = M^{\mathrm{II}}\,(\alpha + 1). \tag{4}$$

Gewöhnlich bewegen sich die α-Werte im Bereich 0,1...0,5; für größere Werte ist der Verbundquerschnitt nicht mehr so vorteilhaft [1].

Damit der gewählte Querschnitt (Abb. 1) optimal ausgelegt sei müßen die Spannungen im Ober- und Untergurt gleichgroß sein und gleich der zulässigen Spannung, also:

$$\frac{\alpha M^{II}}{W_1^I} + \frac{M^{II}}{W_1^{II}} = \frac{\alpha M^{II}}{W_2^I} + \frac{M^{II}}{W_2^{II}} \leqslant \sigma_{zul.}, \tag{15}$$

wobei: W_1^I und W_2^I — Widerstandsmomente des reinen Stahlträgers, W_1^{II} und W_2^{II} — Widerstandsmomente des Verbundträgers (Abb. 1) sind.

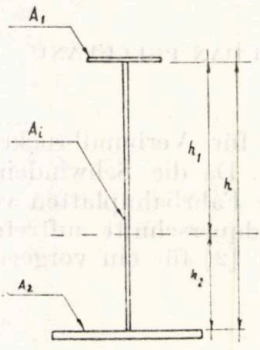


Abb. 1

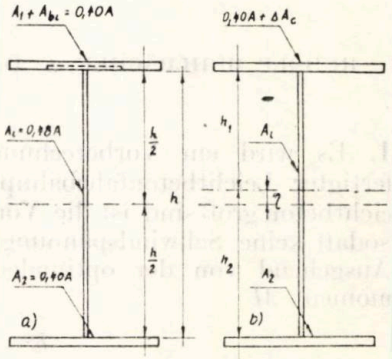


Abb. 2

3. Es wurde bewiesen [2] daß der Stegquerschnitt:

$$A_i = 1{,}2\, A_2 \tag{6}$$

st. In Analogie mit den reinen Stahlträgern, kann man für den Steg einen Querschnittsanteil von 48% annehmen, was für den Untergurt in der Phase I zu einem 40% Anteil führt, und für den Obergurt bleibt 12%, was genugt um die Verbundmittel aufbringen zu können. Man erhält also eine Materialverteilung in der Phase I von:

$$A_i = 0{,}48\, A, \quad (8)\ A_2 = 0{,}40\, A, \quad (9)\ A_1 = 0{,}12\, A. \tag{7}$$

Somit erhält man für die Phase I das Trägheitsmoment des Stahlträgers:

$$I^I = 0{,}15\, Ah^2 \tag{10}$$

und die Widerstandsmomente:

$$W_1^I = \frac{0{,}15\, Ah^2}{0{,}64\, h} = 0{,}234\, Ah, \quad (12)\qquad W_2^I = \frac{0{,}15\, Ah^2}{0{,}36\, h} = 0{,}416\, Ah. \tag{11}$$

4. Da der Stahlquerschnitt in Phase I asymetrisch ist, sind die Obergurtspannungen 1,78 mal so groß als die Untergurtspannungen, sodaß in der Phase II eine entgegengesetzte Asymetrisierung erforderlich ist, damit

die totalen Spannungen (5) in beiden Gurten gleich sein sollen. Ausgehend von einem symetrischen Querschnitt in der Phase II (Abb. 2) erhält man für einen Zuschlag ΔA_c der ideellen Obergurtfläche:

$$I^{II} = I^{II}_{sym.} + \eta^2(A_c + \Delta A_c), \tag{13}$$

wobei

$$A_c = A_2 + A_l + A_1 + A_{bl} = 1{,}28\,A \tag{14}$$

und

$$I^{II}_{sym.} = 0{,}24\,Ah^2; \tag{15}$$

$$\eta = \frac{\Delta A_c \cdot h/2}{A_c + \Delta A_c} \tag{16}$$

— Höhenverschiebung des ideellen Schwerpunktes oder der Nullinie und

$$W^{II}_1 = \frac{I^{II}}{y_1}, \tag{17}$$

$$W^{II}_2 = \frac{I^{II}}{y_2}, \tag{18}$$

wobei:

$$y_1 = \frac{h}{2} - \eta, \tag{19}$$

$$y_2 = \frac{h}{2} + \eta. \tag{20}$$

5. Die genaue Lösung der Gleichung (5) ist recht kompliziert, darum werden für ΔA_c-Werte von $(0{,}05 \ldots 0{,}25)A$ die Querschnittswerte laut (13)... ...(20) in Tabelle 1 angegeben. Berechnet man mit diesen Werten die Spannungen im Ober- und Untergurt für verschiedene α-Werte, so erhält man die Werte aus Tabelle 2. Die Spannungsabweichungen im Ober- und Untergurt sind klein (unter 8%). Setzt man in Gleichung (5)

Tabelle 1

Querschnittswerte in Phase II

ΔA_c	$A_c+\Delta A_c$	η	I^{II}	y_1	y_2	W^{II}_1	W^{II}_2
0,05 A	1,33 A	0,0195 h	0,2405 Ah^2	0,4805 h	0,5195 h	0,500 Ah	0,464 Ah
0,10 A	1,38 A	0,0362 h	0,2418 Ah^2	0,4638 h	0,5362 h	0,522 Ah	0,450 Ah
0,15 A	1,43 A	0,0524 h	0,2439 Ah^2	0,4476 h	0,5524 h	0,545 Ah	0,440 Ah
0,20 A	1,48 A	0,0675 h	0,2468 Ah^2	0,4325 h	0,5675 h	0,572 Ah	0,429 Ah
0,25 A	1,53 A	0,0817 h	0,2502 Ah^2	0,4183 h	0,5817 h	0,600 Ah	0,429 Ah

$$M^I = \alpha M^{II} = \frac{\alpha M}{\alpha + 1} \text{ und } M^{II} = \frac{M}{\alpha + 1} \tag{21, 22}$$

Tabelle 2

Spannungen aus beiden Phasen

α	ΔA_c	Untergurt			Obergurt		
		(1)	(2)	(1 + 2)	(1)	(2)	(1 + 2)
		Werte werden mit M/Ah multipliziert					
0,1	0,05 A	0,218	1,960	2,178	0,388	1,820	2,208
0,2	0,10 A	0,400	1,850	2,250	0,712	1,600	2,312
0,3	0,15 A	0,555	1,750	2,305	0,985	1,410	2,395
0,4	0,20 A	0,688	1,660	2,348	1,220	1,250	2,470
0,5	0,25 A	0,800	1,555	2,355	1,425	1,110	2,535

(1) — Spannungsanteil aus Phase I;
(2) — Spannungsanteil aus Phase II;
(1 + 2) — Summe der Spannungen aus beiden Phasen.

ein, so erhält man eine Gleichung der Form:

$$k \frac{M}{Ah} = \sigma_{zul}. \tag{23}$$

und bei gleicher Materialverteilung wie in Abb. 1 erhält man:

$$A_1 = \frac{k_1 M}{h\sigma_{zul}}, \tag{24}$$

$$A_2 = \frac{k_2 M}{h\sigma_{zul}}, \tag{25}$$

$$A_i = \frac{h_i M}{h\sigma_{zul}}. \tag{26}$$

Daraus folgt die optimale Trägerhöhe:

$$h^* = \beta \sqrt[3]{W\lambda} \quad \text{mit} \quad \beta = \sqrt[3]{\frac{1}{k_2 + 1/6}}. \tag{27, 28}$$

Die k- und β-Werte sind in Tabelle 3 angegeben.

Tabelle 3

k- und β - Werte

α	ΔA_c	k	k_1	k_2	k_i	k_b	β
0,1	0,05 A	2,20	0,264	0,880	1,156	0,33	0,986
0,2	0,10 A	2,30	0,276	0,920	1,104	0,38	0,975
0,3	0,15 A	2,40	0,288	0,960	1,152	0,43	0,962
0,4	0,20 A	2,50	0,300	1,000	1,200	0,48	0,950
0,5	0,25 A	2,55	0,306	1,020	1,224	0,53	0,945

6. Setzt man für λ einen Wert von 100...150, so erhält man h^* und nach (24)...(26) die Querschnittsanteile des reinen Stahlträgers.

Der Querschnitt der Leichtbetonplatte ist:

$$A_b = bh_p, \tag{29}$$

wobei b die mittragende Breite der Leichtbetonplatte und h_p die Dicke der Leichtbetonplatte ist. Nach experimentellen Untersuchungen [4] für Leichtbeton mit Zuschlagstoffen aus Blähton ist die mittragende Plattenbreite:

$$b = b_1 + 2 \times 3{,}5\, h_p. \tag{30}$$

Setzt man annähernd

$$b_1 \approx h_p \tag{31}$$

so erhält man

$$A_b = 8h_p^2. \tag{32}$$

7. Um die ideellen Querschnittswerte in Phase II berechnen zu können ist es notwendig das Kriechen des Betons unter ständigen Lasten (M_g^{II}) in Phase II miteinzubeziehen und eine gewichtete Verhältnisszahl der Elastizitätsmoduln zu berechnen:

$$n_p = n_\varphi \frac{M_g^{II}}{M^{II}} + n \frac{M_p^{II}}{M^{II}}, \tag{33}$$

wobei:

$$n_\varphi = \frac{E_0}{E_b/(1 + 1{,}1\,\varphi)}, \quad (35) \quad n = \frac{E_0}{E_b}, \quad (36) \quad M^{II} = M_g^{II} + M_p^{II}. \tag{34}$$

Man erhält so:

$$A_{bi} = \frac{A_b}{n_p} \tag{37}$$

und für verschiedene α-Werte

$$A_{bi} = k_b A = \frac{8h_p^2}{n_p} \quad \text{und} \quad (39) \quad h_p = k_p \sqrt{A}, \tag{38}$$

wobei

$$k_p = \sqrt{\frac{k_b n_p}{8}}. \tag{40}$$

Die k_b-Werte sind ebenfalls in Tabelle 3 angegeben. Man erhält also durch Vorberechnung alle Querschnittswerte und kann nun die eigentlichen Spannungen berechnen.

Eingegangen am 9. Juli 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Geotechnik,
Gründungen und Verkehrswege
und
Lehrstuhl für Baumechanik

LITERATURVERZEICHNISS

1. Avram C., Bota V., *Structuri compuse oțel beton și beton precomprimat — beton armat.* Ed. Tehn., Buc., 1975.
2. O'Connor C., *Design of Bridges Superstructures.* J. Wiley-Interscience, New York, 1971.
3. Giencke E., *Zur optimalen Auslegung von Fahrbahnplatten.* Der Stahlbau, *6*, 179—185 (1960).
4. Mühlbächer R., Capatu C., Benchea N., Varlam F., Jantea C. *Studiul unor tabliere de poduri din dale prefabricate de beton ușor pe grinzi și antretoaze metalice.* Wiss. Tagung Inst. für Bauwerke, Buc., 25.—26. Mai 1975.

ALCĂTUIREA OPTIMĂ A GRINZILOR PRINCIPALE ALE PODURILOR MIXTE CU DALĂ DIN BETON UȘOR (I)

(Rezumat)

Se prezintă un procedeu aproximativ, suficient de exact, pentru predimensionarea optimă a grinzilor principale ale podurilor mixte cu dală din beton ușor, care furnizează date inițiale utile pentru efectuarea calculelor ulterioare de verificare a secțiunilor.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. K. 624.9

VERSTÄRKUNG DES STAHLDACHES DES NATIONALTHEATERS AUS JASSY

VON

I. DUMITRESCU und RUDOLF MÜHLBÄCHER

1. Tatbestand

Das Nationaltheater aus Jassy wurde in den Jahren 1893—1896 nach dem Entwurf der wiener Architekten Hellmer und Felner von der Baugesellschaft Bukarest aufgebaut. Im Kriegsgjahr 1944 fielen zwei Bomben auf den Dachstuhl, was zur schwerer Beschädigung eines Fachwerkträgers und mehrerer Fachwerkstäbe der restlichen Binder führte. Gleich darauf wurden provisorische Verstärkungen der Stahlfachwerkträger unternommen. Im Jahre 1969 riefen große Setzungen der Gründungen weite Risse in fast allen Wänden hervor, sodaß das Theater für Renovierungs- und Verstärkungsarbeiten zwischen 1970—1973 geschlossen wurde.

Das Dachtragwerk setzt sich aus fünf polygonalen Fachwerkträgern zusammen, wobei die Dachträger auf die Aussenwände abgestützt sind und folgende Lasten abfangen: Dachhaut aus verzinktem Stahlblech auf Holzschalung, Stahlpfetten in den Knotenpunkten und dazwischenliegende Holzpfetten, die Lasten eines Dachaufbaues im Bereich der zentralen Binder und die durch einen Trägerrost aufgehängte Decke des Höhrsaales.

Die Windverbände waren nur im Obergurtbereich vorgesehen und bestanden aus Flacheisen.

Das Material stammt von der Firma Gutehoffnungshütte und wurde vor 1896 geliefert, war also schon 80 Jahre im Gebrauch. Aus den chemischen und mechanischen Analysen des Stahles konnte man feststellen, daß es sich um einen Flußstahl handelte, der Alterungserscheinungen zeigte. Man konnte keine eindeutige Fließgrenze festellen und die Bruchdehnung betrug nur 11%, wobei das Bruchbild einem Sprödbruch mit Längsrissen glich. Der C-Gehalt war unter 0,20%, aber der P- und S-Gehalt sind hoch. Es wurden folgende Feststellungen gemacht:

Der Binder Achse *5* (Abb. 1) hat eine kleinere Spannweite und eine größere Höhe. Das Füllstabsystem ist nicht gleichförmig; symetrische Stäbe hatten nicht den selben Querschnitt; der Obergurt mit veränderlichem Querschnitt hat unzulässige Kontinuität; der Obergurtquerschnitt besteht aus zwei gleichschenkligen Winkeleisen obwohl die Knicklängen in beiden Ebenen verschieden sind; die Windverbände sind unvollständig; die Füllstäbe habe Z-Querschnitt was zum Verdrehen führt; einige Stäbe sind

unter und andere überdimensioniert ; der Untergurt aus einem U-Eisen ist unsymetrisch.

Somit war das Tragverhalten und die Stabilität der Druckstäbe durch das Fehlen der Festpunkte, unzulängliche Steifigkeit der meisten Stäbe, der großen Verformungen wegen (Abb. 2), der durch Splitter beeinträchtigten Stäbe (Abb. 3 und 4) und der ungenügenden Instandhaltung sehr gefährdet.

Bei den restlichen Bindern war der Zustand annehmbar, obwohl auch hier die Füllstäbe Z-Querschnitt aufwiesen, aber im Allgemeinen überdimensioniert waren.

Ausserdem wurden noch folgende negative Aspekte festgehalten : a) die horizontalen Windverbände waren ungenügend ; b) die vertikalen Windverbände fehlten überhaupt ; c) alle Träger hatten durch Splitter geschwächte Stäbe.

2. Verstärkungsmaßnahmen

Infolge der Analyse des Dachtragwerkes wurden folgende Verstärkungsmaßnahmen vorgesehen :

a) Verstärkung des Binders Achse *5* mit einem Zweiwandfachwerkträger.

b) Modifizierung und Komplettierung der Windverbände.

c) Generelle Überholung aller Stahlbauteile, Reparation der Defekte, Wiederanstricharbeiten.

d) Feuerbeständigmachung der Dachschalung, da die Verstärkungsarbeiten durch Schweißen vorgesehen waren.

Das Prinzip, daß bei der Verstärkung eingehalten wurde, war das Intaktbehalten des anfänglichen Tragwerkes. Die Verstärkungsarbeiten hatten als Objektive :

a) Herstellung eines räumlichen Tragwerkes durch Vorsehen von zusetzlichen Verbänden und Zusammenwirken des Dachtragwerkes mit den Aussenwänden, daß wie eine starre Scheibe wirken soll (Abb. 5).

b) Verkleinerung der Knicklängen aller Druckgurte.

c) Verstärkung der geschwächten Stäbe der Binder der Achsen *1...4*.

d) Verstärkung des Binders *5* durch Einbetten dessen in einen Zweiwandfachwerkträger, welcher die hauptsächlichsten Lasten übernehmen soll und gleichfalls die Längswände verbinden und versteifen soll.

Die Ausführungsarbeiten übernahm der Bautrust, Jassy. Es kam Stahl OL 37-3 k und Elektroden ELT 44 und Schrauben der Güte 4.6 zu Verwendung. Der neue Binder wurde auf einer Plattform gefertigt und die Werkstattschweissungen horizontal ausgeführt, danach wurde der Binder demontiert, auf die Baustelle transportiert und dort probeweise vormontiert (Abb. 6). Die praktische Ausführung der Verstärkung umfaßte Lagerbockherstellung, Kontrollmontage des neuen Binders auf der Baustelle (s. Abb. 6), Montage Stab für Stab des neuen Binders, Ausführung der vorgesehenen zusätzlichen Verbände, Verstärkung aller beeinträchtigten Stäbe (Abb. 7), Verstärkung der Stäbe des Binders der Achse *5*, Lastübetragung auf den neuen Zweiwandfachwerkträger der Achse *5*.

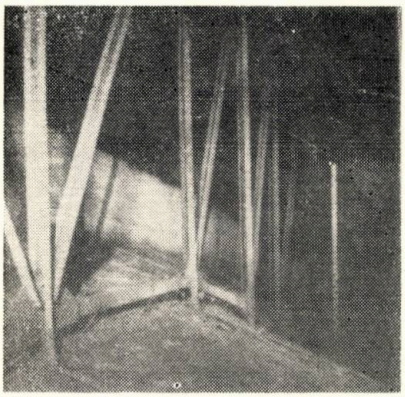


Abb. 1. — Teilansicht des Fachwerkträgers, Achse 5.

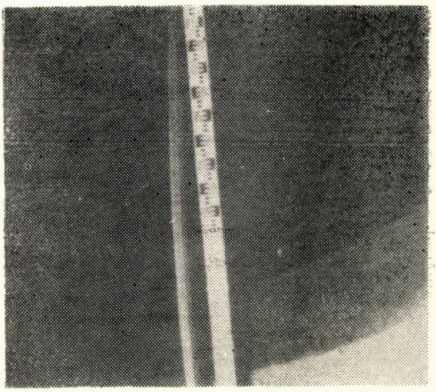


Abb. 2. — Ausgeknickter Druckstab.

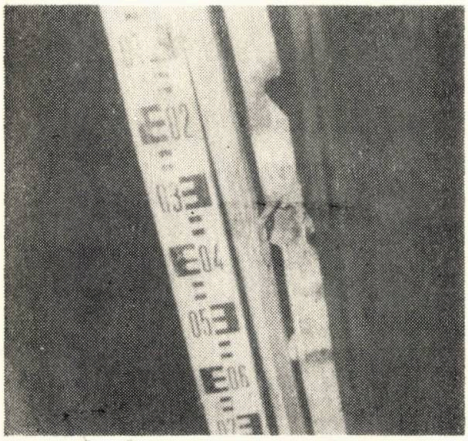


Abb. 3. — Durch Splitter geschwächter Diagonalstab.

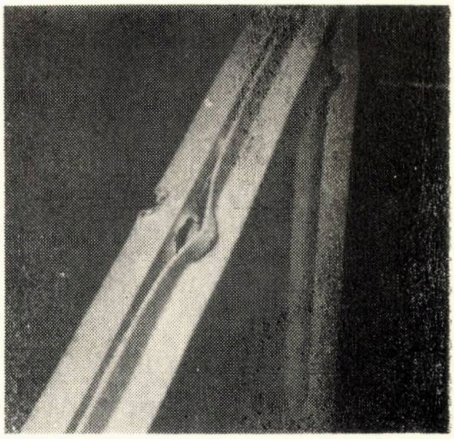


Abb. 4. — Geschwächte Diagonalstäbe.

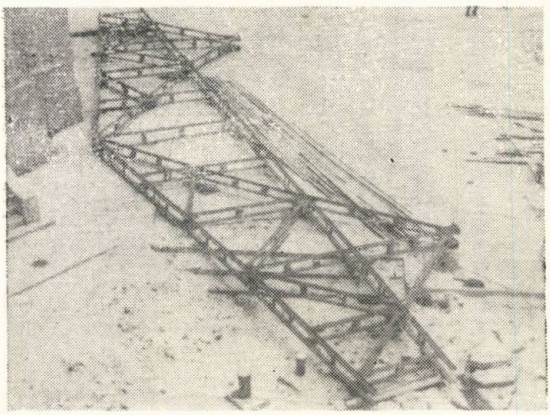


Abb. 6. — Baustellenvormontage des neuen Fachwerkträgers, Achse 5.

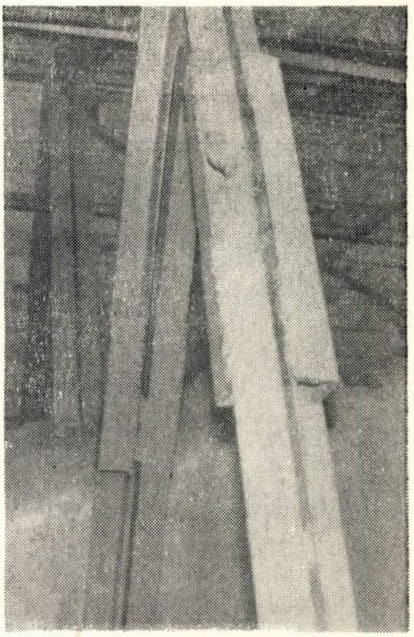


Abb. 7. — Verstärkte Diagonalstäbe.

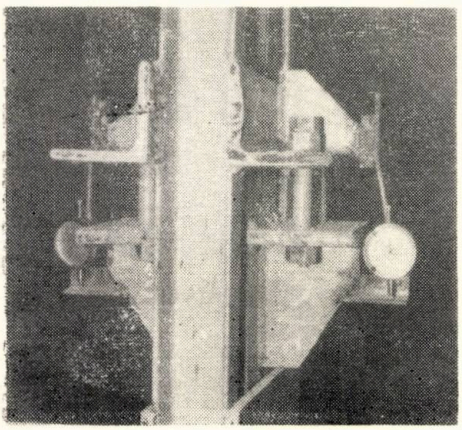


Abb. 8. — Übertragungssystem.

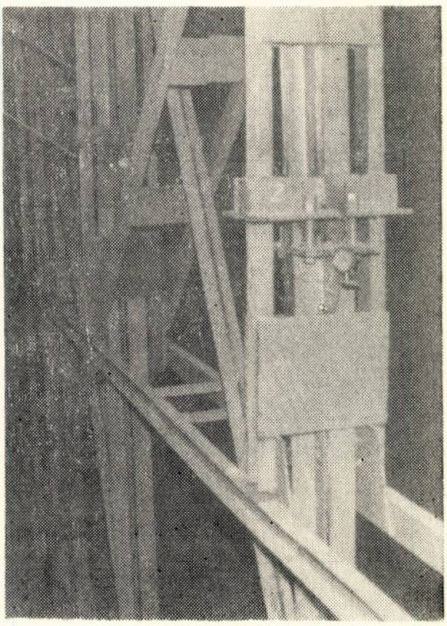


Abb. 10. — Teilansicht der Binder nach Verstärkungsausführung, Achse 5.

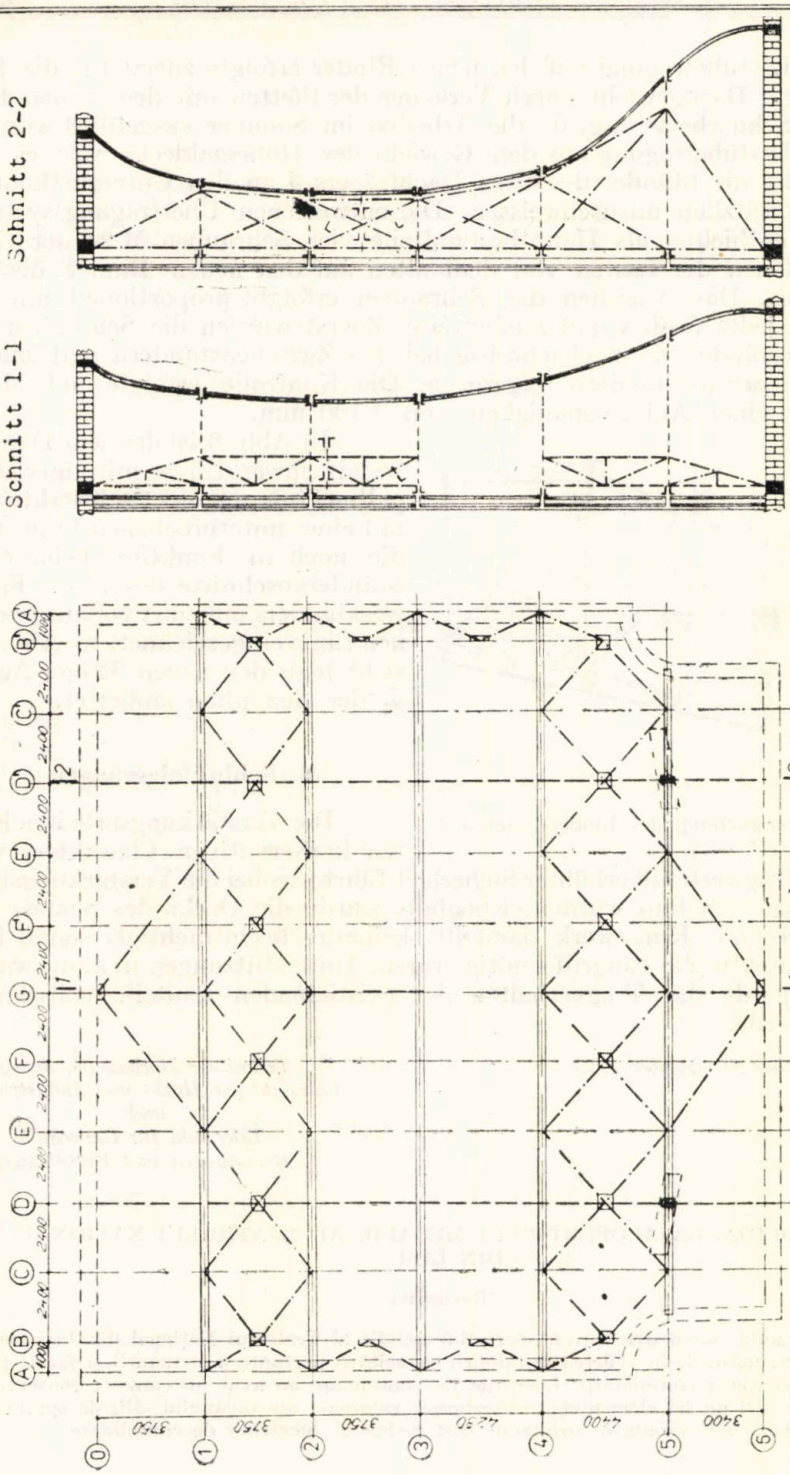


Abb. 5. — Dachtragwerk: — · — · — · — Achsen der neuen Verbände.

Die Lastübetragung auf den neuen Binder erfolgte zuerst für die Lasten aus dem Dachgewicht durch Verkeilen der Pfetten mit dem neuen Binder ohne Schneebelastung, da die Arbeiten im Sommer ausgeführt wurden.

Zur Lastübetragung aus dem Gewicht der Höhrsaaldecke war es zunächst nötig die Ständer des alten Dachträgers *5* an den Untergurtknotenpunkten zusätzlich anzuschweissen. Die entworfenen Übertragungssysteme (Abb. 8) enthielten als Hauptbestandteile vier Schrauben M 24 der Güte 4.6, mit denen die Lasten von dem alten auf den neuen Binder übetragen wurden. Das Anziehen der Schrauben erfolgte proportionell mit der Steifigkeit jedes Stabes und stufenweise. Zuerst wurden die Schrauben bei dem Mittelständer, dann gleichzeitig bei den Zwischenständern und zuletzt bei den äusseren Ständern angezogen. Die Kontrolle erfolgte mit Meesuhren mit einer Ablesegenauigkeit von 1/100 mm.

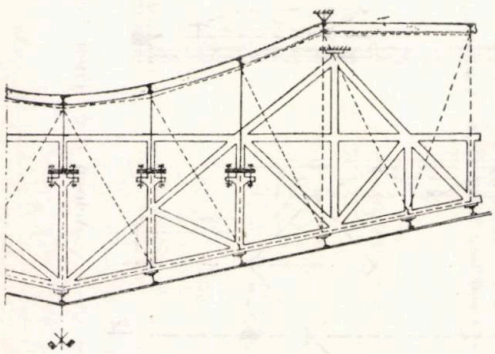


Abb. 9. — Verstärkung des Binders, Achse *5*.

In Abb. 9 ist der neue Doppelwandfachwerkträger mit einer doppelten Linie, der alte Fachwerkträger mit einer unterbrochenen Linie und die noch in Funktion behaltenen Ständerabschnitte des alten Fachwerkbinders mit einer vollausgezogenen Linie eingezeichnet. In Abb. 10 sieht man den neuen Träger Achse *5*, der den alten einbettet.

3. Schlußfolgerungen

Die Verstärkungsarbeiten hatten konservativen Charakter, was zu einem Tragwerk mit erhöhter Sicherheit führte, wobei die Verstärkungskosten minimal gehalten wurden. Ebenfalls wurde die Decke des Saales, die ein malerisches Kunstwerk darstellt, keinerlei beeinträchtigt, sodaß keinerlei architekturelle Eingriffe nötig waren. Unterstützungen u. a. m. waren nicht nötig, da das Tragverhalten der existierenden Bauteile vollständig genützt wurde.

Eingegangen am 29. Oktober 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Hoch- und Industriebau
und
Lehrstuhl für Geotechnik,
Gründungen und Verkehrswege

CONSOLIDAREA ACOPERIŞULUI METALIC AL TEATRULUI NAŢIONAL DIN IAŞI

(Rezumat)

Se prezintă starea structurii acoperişului metalic al Teatrului Naţional din Iaşi înainte de consolidare, măsurile în vederea restabilirii capacităţii portante a structurii şi fazele principale de execuţie a consolidării. Lucrările de consolidare au avut un caracter conservativ, neafectînd în nici un fel elementele arhitectonice valoroase ale tavanului sălii de spectacole, soluţia adoptată remarcîndu-se printr-un cost redus al lucrărilor de consolidare.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. C. 624.07

OPTIMAL DIMENSIONING OF FLEXED PRE-STRESSED ELEMENTS

BY

N. FLOREA, SERGIU COROBCEANU and C. PASCARIU

1. Introduction

At present there are numerous studies regarding the elaboration of some optimal elements and structures of steel concrete, resulting in an important saving of material.

The researches made in this respect for the pre-stressed concrete are not so numerous. The situation may be explained, partially, by the dificulties generated by the great number and diversity of the parameters that must be taken into consideration in defining the section of a pre-stressed element.

The object of this paper is the plain girder, simply supported, with a section in the form of T, I or TT, having an rectilinear active reinforcement.

The aim is the determination of the optimal profile of the elements in the conditions of a minimum cost price.

The theoretical study trys to establish the most economical solutions for a large range of constructional systems met in practice, as follows: roof elements in T and TT (stright or curved), main girder (longitudinal or transversal to the structure), the girders for supporting rolling cranes etc.

2. The Optimizing Principle of the Depth of the Section

We propose to determine the depth „hopt" for which the element of pre-stressed concrete presents a minimum cost price. Choosing this criterion of optimizing there will be taken in to account the components of the cost price, that refer to the consumption of concrete, reinforcement and concrete form.

The expenses refering to the manual labour and equipment are included in the total cost of the materials.

According to the usance of drawing up of the economic documentation the value of the concrete form is included in the cost of concrete.

For a certain section of a girder in T-form (Fig. 1), having a rectilinear active reinforcement, situated at the inferior part, the cost price per unit length of girder can be expressed as follows:

$$y_i = [b(h_0 + a) + (b_p - b)h_p]C_b + \gamma_a A_p C_{ap} + \frac{P_a}{l}, \tag{1}$$

where : b — the width of the girder, [m], h_0 — the useful depth, [m], a — the distance from the gravity center of the reinforcement, A_p, to the inferior fibre, [m], b_p — the width of the flange, [m], b — the width of the rib, [m], l — the length of the girder, [m], A_p — the quantity of pre-stressed reinforcement, [m²], C_b — the unit price of the concrete, [lei/m²], C_{ap} — the unit price of the pre-stressed reinforcement, [lei/kg], P_a — the whole price of the non pre-stressed reinforcement, [lei/kg].

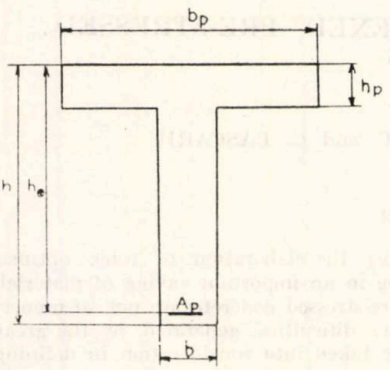


Fig. 1

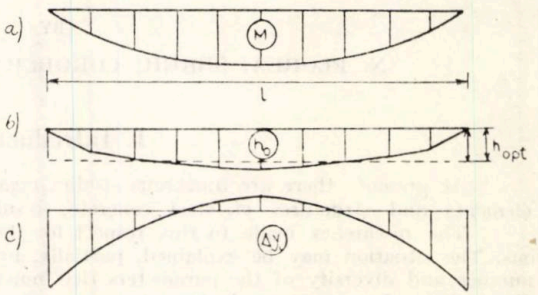


Fig. 2

The calculus is made, practically, by dividing the element in a number of n intervals, all of them having the same length ΔX. Between two neighbouring portions, $i-1$ and i, it is considered that the value of the bending moment is constant.

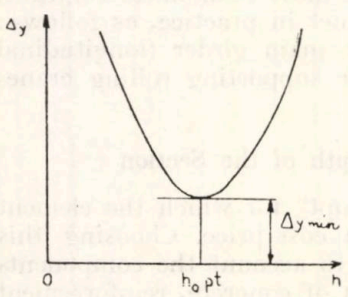


Fig. 3

A certain economical depth of the section (h_e) that results from the analysis of the minimum of the cost price function corresponding to this value. Owing to the moment diagram which varies in function of the external loading scheme (Fig. 2 *a*), the economical girder will have a similar profile (Fig. 2 *b*).

Usually, the girders are made with a constant depth or with a gentle slope, which results from the functional conditions.

Consequently, the function of the cost price varies with the quantity ΔY_i comparing with the most advantageous theoretical form. In this case, the depth „hopt", for which the total increasing of the cost price function (ΔY) will be minimum for the whole element, (Fig. 3), corresponds to the optimal form. The variation (ΔY_t) of the function (1) is obtained replacing h_0 by hopt h_e and A_p by ΔA_{pi}, this being the difference of reinforcement in the section i which is observed when we take into account the „hopt" instead of h_e.

If the interval ΔX is small enough, there may be considered that the variation of the cost price function is linear on the respective interval and it can be evaluated, aproximately, by the rule of the trapeze.

3. The Determination of the Economical Depth

The function of the cost price (1) has the following form:

(2) $Y_1 = f_1(h_0, A_p)$, (3) $A_p = f_2(x)$, (4) $x = f_x(h_0)$.

For a given section we can write the wellknown equations of mechanical equilibrium. The equation of the projection of the forces gives us the possibility of determination of the reinforcement quantity (A_p) in function of the height compressed zone (X) and the equation of the equilibrium of moments gives us the possibility to establish the value of X in function of h_0.

For the section in T-form, we must take into account supplementary the problem estimation of the position of the neutral axis.

3.1. The Neutral Axis Passes through the Plate ($X < h_p$)

Supposing that the coefficient of the work conditions, m_p, is known, we can obtain from the equation of projection:

$$A_p = b[1 + 0{,}8(\beta_s - 1)]x_p \frac{R_i}{\sigma_l}, \tag{5}$$

where: $\beta_s = b_p/b$ and $\sigma_l = m_p R_p$, R_p being the value of the calculus resistance of the pre-stressed reinforcement. If we note:

$$\eta = 1 + 0{,}8(\beta_s - 1) \text{ and } B = [b(h_0 + a) + (b_p - b)h_p]C_b + \frac{P_a}{l}$$

the relation (5) becomes:

$$A_p = \eta b x_p \frac{R_i}{\sigma_l} \tag{5'}$$

and the function of the price cost take the form:

$$y_i^{(1)} = B + \eta b x_p \gamma_a \frac{R_i}{\sigma_l}. \tag{6}$$

From the equation of the equilibrium of moments we can determine the height of the compressed zone:

$$x_p^{(1)} = h_0\left[1 - \sqrt{1 - \frac{M}{0{,}4\eta b h_0^2 R_i}}\right]. \tag{7}$$

The domain of variation of the depth (h_0) is the interval $h_0 \in (h_{0\lim}^{(1)}, +\infty)$, where $h_{0\lim}^{(1)}$ has the following value:

$$h_{0\lim}^{(1)} = \sqrt{\frac{M}{0{,}4\eta b R_i}}. \tag{8}$$

The economical height can be obtained from the condition of minimizing of the cost price function, and it has the following expression:

$$h_{0e}^{(1)} = \sqrt{\frac{M}{0{,}4\ \eta b R_i(1 - \theta_1^2)}}, \tag{9}$$

where:

$$\theta_1 = \frac{R_i/\sigma_l}{\alpha_i + R_i/\sigma_l} \quad \text{and} \quad \alpha_1 = \frac{C_b}{\eta\gamma_a C_{ap}} .$$

Using the relation (7) we can estimate the precise value of the height of the compressed zone. If there results that $X_p < h_p$, the used relations are correct and we can determine further the quantity of reinforcement (A_p).

With the relation:

$$m_p = 1 - k\frac{A_p R_p}{\eta b h_0 R_i} \tag{10}$$

we can verify if the calculated coefficient m_p is the same with the one initially imposed. If these two values are different the calculus must be done once again, taking into consideration the real value of m_p. This operation is repeated up to the difference between two successive values is small enough.

If in the compressed zone of the concrete there is a known quantity of non pre-stressed reinforcement (A'_a) which is introduced for constructive reasons, the previous relations have the following form:

a) The function of the cost price becomes:

$$y_i^{(2)} = B + \gamma_a\left[\eta b x_p \frac{R_i}{\sigma_l} C_{ap} + A'_a\left(\frac{R_a}{\sigma_l} C_{ap} + C_{aa}\right)\right], \tag{11}$$

where: R_a — the calculated resistance of the non pre-stressed reinforcement, C_{aa} — the unit price of the non pre-stressed reinforcement, [lei/kg].

b) The height of the compressed zone can be determined with the relation:

$$x_p^{(2)} = h_0\left[1 - \sqrt{1 - \frac{M - 0{,}8A'_a R_a(h_0 - a')}{0{,}4\,\eta b h_0^2 R_i}}\right]. \tag{12}$$

c) The useful limit height is given by the expression:

$$h_{0\text{lim}}^{(2)} = -\frac{A'_a R_a}{\eta b R_i} + \sqrt{\frac{A'^2_a R^2_a}{\eta^2 b^2 R_i^2} + \frac{M + 0{,}8A'_a R_a a'}{0{,}4\eta b R_i}} . \tag{13}$$

d) The economical height can be calculated with the expression:

$$h_{0e}^{(2)} = -\frac{A'_a R_a}{\eta b R_i} + \sqrt{\frac{A'^2_a R^2_a}{\eta^2 b^2 R_i^2} + \frac{\eta b R_i M + 0{,}4A'_a R_a(2\eta b R_i a' + A'_a R_a \theta_1^2)}{0{,}4\eta^2 b^2 R_i^2(1 - \theta_1^2)}} , \tag{14}$$

a' being the distance between the center of gravity of the non pre-stressed reinforcement and the superior fibre of the section.

3.2. The Neutral Axis Passes through the Rib ($X > h_p$)

From the equation of projection we have:

$$A_p = b(x + \beta h_p)\frac{R_i}{\sigma_l} . \tag{15}$$

The function of the cost price in this case will be:

$$y_i^{(3)} = B + \gamma_a b C_{ap} \frac{R_i}{\sigma_l} (x + \beta h_p). \tag{16}$$

The equation of the equilibrium of moments gives us the possibility to determine the height of the compressed zone:

$$x^{(3)} = h_0 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{M}{0{,}4 b h_0^2 R_i} + \frac{2\beta h_p}{h_0} - \frac{\beta h_p^2}{h_0^2}}\right). \tag{17}$$

The useful limit height has the following expression:

$$h_{0\lim}^{(3)} = -\beta h_p + \sqrt{\beta^2 h_p^2 + \frac{M + 0{,}4\beta b h_p^2 R_i}{0{,}4\, b R_i}}. \tag{18}$$

The domain of variation of the depth (h_0) is $h_0 \in (h_{0\lim}^{(3)}, +\infty)$.

The economical height, established on the basis of the same principle of the minimizing of the cost price, can be determined with the relation:

$$h_{0e}^{(3)} = -\beta h_p + \sqrt{\beta^2 h_p^2 + \frac{M + 0{,}4\beta b h_p^2 R_i (1 + \beta\theta_2^2)}{0{,}4 b R_i (1 - \theta_2^2)}}, \tag{19}$$

where: $\theta_2 = (R_i/\sigma_l)/(\alpha_2 + R_i/\sigma_l)$ and $\alpha_2 = C_b/\gamma_a C_{ap}$.

Further, there can be calculated the height of the compressed zone and the corresponding quantity of the pre-stressed reinforcement.

Then we must verify and correct, according to the method previously described, the coefficient m_p, which is in this case the following:

$$m_p = \frac{1 - k\alpha_p}{2} + \sqrt{\left(\frac{1 - k\alpha_p}{2}\right)^2 + 0{,}8\, k \frac{b_p - b}{b} \cdot \frac{h_p}{h_0}}, \tag{20}$$

where K and α_p have the significance indicated in the Romanian standard STAS 10 107-75.

For practical reasons there is not possible to vary the quantity of the reinforcement along the girder in accordance with the diagram of the bending moment.

In order to obtain a rational dimensioning, it is indicated to use following process:

We determine the economical height and the corresponding area of reinforcement in the most stressed section. Keeping a constant quantity of reinforcement along the whole girder we calculate the useful height in different points using the relation:

$$h_0 = \frac{M + 0{,}4 b R_i (x^2 + \beta h_p^2)}{0{,}8 b R_i (x + \beta h_p)}, \tag{21}$$

where $x = \frac{A_p}{b} \cdot \frac{\sigma_l}{R_i} - \beta h_p$.

In the case when in the zone of compressed concrete there is a non pre-stressed reinforcement (A_a') introduced for constructive reasons, the previous relations are modified as follows:

a) The function of the cost price has the expression:

$$y_i^{(4)} = B + \gamma_a \left[b(x + \beta h_p) \frac{R_i}{\sigma_l} C_{ap} + A_a' \left(\frac{R_a}{\sigma_l} C_{ap} + C_{aa} \right) \right]. \tag{22}$$

b) The height of the compressed zone is determined with :

$$(23)\quad x^{(4)} = h_0\left(1 - \sqrt{1 - \frac{M}{0{,}4bh_0^2R_i} + \frac{2\beta h_p}{h_0} + \frac{2A'_aR_a}{bh_0R_i} - \frac{\beta h_p^2}{h_0^2} - \frac{2A'_aR_aa'}{bh_0^2R_i}}\right).$$

c) The useful limit height is calculated with :

$$(24)\; h_{0\lim}^{(4)} = -\frac{\beta bh_pR_i + A'_aR_a}{bR_i} + \sqrt{\left(\frac{\beta bh_pR_i + A'_aR_a}{b^2R_i^2}\right)^2 + \frac{M + 0{,}4\beta bh_p^2R_i + 0{,}8A'_aR_aa'}{0{,}4bR_i}}$$

d) The economical height has the expression :

$$h_{0e}^{(4)} = -\left(\beta h_p + \frac{A'_aR_a}{bR_i}\right) +$$

$$(25)\quad + \left[\left(\frac{A'_aR_a + \beta h_pbR_i}{b^2R_i^2}\right)^2 + \frac{bR_iM + 0{,}4\beta b^2h_p^2R_i^2(1+\beta\theta_2^2) + 0{,}4A'_aR_a(2br_iR_aa' + A'_aR_a\theta_2^2) + 1{,}6\beta h_pR_iA'_aR_a\theta_2^2}{0{,}4b^2R_i^2(1-\theta_2^2)}\right]^{1/2}.$$

4. Conclusions

By using the proposed method there can be determined the optimal and economical profiles of the pre-compressed girders, simply supported, with a rectilinear active reinforcement, in different schemes of loading.

The study can be extended to different forms of sections.

By using the proposed solutions there is eliminated the calculus by tests, which is very used in present.

The fact that the optimal solution is in function of a certain economical relation which dictates the policy of prices, it can not be a limit for the extending of the method.

The great volume of calculations that must be remade after the continuous modifications of the prices can be made by means of the data processing computers.

Received, September 1, 1975

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Concrete and Hydrotechnic Constructions

REFERENCES

1. Colzona R., *Un metodo per il progetto delle sezioni monolitiche in cemento armato precompresso.* Giornale del Genio Civile, *5—6* (1968).
2. Pop Al., *Criterii tehnice şi economice în proiectarea betonului armat.* Doct. Diss., Polyt. Inst. „Tr. Vuia", Timişoara, 1974.
3. Дуков Е., *Оптимизиране по зададена моментова диаграма на высочината на стомано бетони елементи с правоглно сечение.* Строителство, *6*(1971).

METODĂ DE DIMENSIONARE OPTIMĂ A GRINZILOR DE BETON PRECOMPRIMAT

(Rezumat)

Se propune un procedeu de optimizare a grinzilor de beton precomprimat, simplu rezemate, cu secţiunea în formă de T, avînd armătura activă rectilinie.

Pe baza analizei funcţiei preţului de cost, pentru diverse cazuri de armare ce pot apare în practică, se stabileşte expresia înălţimii economice, a înălţimii limită, precum şi domeniul de variaţie ca funcţie a preţului de cost.

Pentru grinzile cu secţiune constantă se enunţă un procedeu de optimizare a înălţimii

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D. C. 666

SOME ASPECTS CONCERNING MECHANICAL BEHAVIOUR OF RIGID POLYURETHANE FOAMS UNDER AXIAL LOAD

BY

N. ȚĂRANU and M. BUDESCU

1. Introduction

The increasing interest of the structural engineers in the use of plastics in constructions is justified because they offer challenges of new design and efficiency concepts for integrated building systems. The very low modulus of elasticity of most plastic materials makes them unsuitable for use in traditional structural forms.

A way to overcome this shortcoming is achieved by use of the sandwich elements, consisting of two thin, stiff and strong sheets of dense materials, separated by a thick layer of low average density and strength.

The rigid polyurethanic foams have an advantage, namely when the exterior layers of the sandwich elements are made of glass reinforced polyesters, they can be foamed into laminated facings, avoiding the expensive adhesive layer. In this case the core and facings work together due to the adherence between plastic foams and the strong layers. The core must have certain vital qualities, to achieve the sandwich effect, namely:

a) It has to be strong enough to avoid any shear failure.

b) It must be thick enough and have sufficient shear rigidity so that the overall sandwich buckling and excessive deflection will not occur under service load.

c) The core needs such an axial stiffness perpendicular to the sandwich layers, that the facings are kept apart at the correct distance and the wrinkling of either facings under compressive stresses is avoided.

d) Finally, it must have sufficient tensile strength in the direction perpendicular to the facings, so that the layers separation does not happen.

2. Test Conditions for Rigid Foams

The use of rigid plastic foams, as core in structural sandwich construction, is feasible only if certain mechanical characteristics are known by the designer: a) tensile, compressive and shear strength; b) tensile, compressive and shear modulus of elasticity.

Unlike traditional materials, these foams do not have enough rigidity or hardness to support bonded electric strain gages on them ; therefore, their mechanical properties are sometimes difficult to be determined. There are also factors like density, method of formation, direction of foaming, rate of strain of the material, time after loading and temperature [3], which could affect the above mentioned characteristics to a quite important extent. The test specimens were cut with a high speed circular saw from foam boards which had been kept about 30 days after formation in normal conditions of humidity and temperature. The rigid foam boards of 5 cm and 10 cm thickness have been formed at I. C. P .M. C., Bucharest, by foaming the chemical formulation into a metallic mold, the

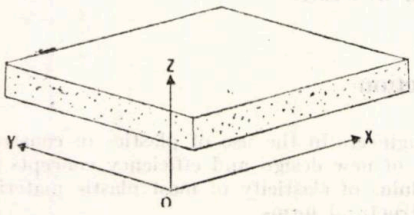


Fig. 1. — The reference axes notation for rigid polyurethane foam boards.

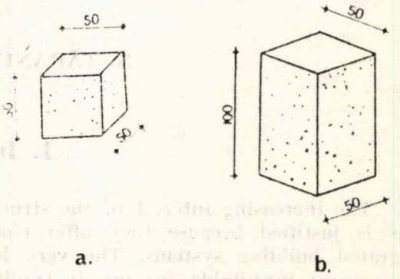


Fig. 2. — Test specimens of rigid polyurethane foams : *a* — tension ; *b* — compression.

expanding direction Z being perpendicular to the XY plane of the plate (Fig. 1). For the tension experiment, the specimens dimensions have been selected in such a way that the experimental data would reproduce the natural scale behaviour of a sandwich panel, about 5 cm thickness, made of glass reinforced polyester facings and polyurethane foam core. Therefore, according to ASTM standards [1], a cubical test specimen (Fig. 2 *a*), $5 \times 5 \times 5$ cm, equal to the panel thickness, has been chosen. For the compression experiment, the test specimen has been selected with a square cross-section 5×5 cm, and the height twice as much, [2] (Fig. 2 *b*).

Taking into account the influence of the foam rising direction on its mechanical properties, some compression samples were cut with the longest side parallel to the expanding direction and others perpendicular to it.

An Universal VE Thuringer Industrie Werk Ranenstein testing machine capable of operation at a constant rate of motion of the movable head, was used to apply the load on the samples.

2.1. Tension Behaviour of Rigid Polyurethane Foams

The tension test were performed on specimens loaded in OX and OZ directions considering an uniform behaviour for all directions in the plane of boards. The samples were bonded with a strong adhesive between two rigid steel loading plates connected to a special device (Fig. 3), designed by the authors to fulfill certain requirements [1], [5]. Ten specimens of

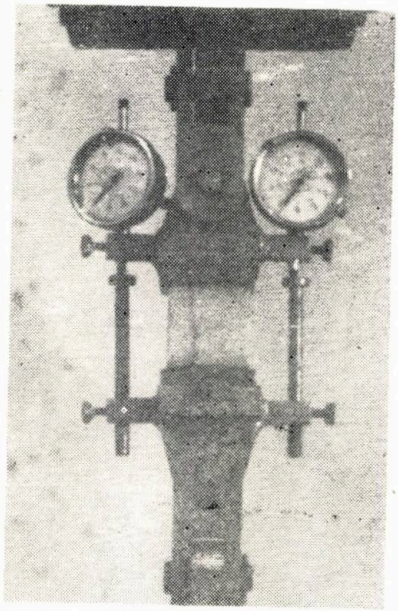


Fig. 3. — The tensile testing device.

each density and direction were loaded at a constant rate of head movement equal to 0.3 mm/min, so that the maximum load occured between 3 and 6 min. The deformation data were measured with strain gages, having a reading precission of 0.001 mm, arranged as in Fig. 3, and also

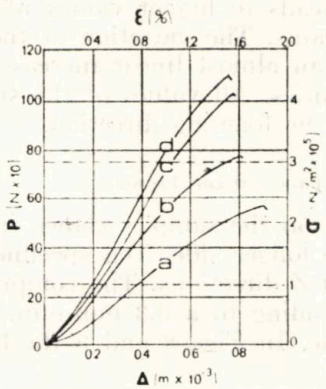


Fig. 4. — Stress—strain curves of polyurethane foams of various densities loaded in tension in the X direction: $a - \rho = 40$ kg/m³, $b - \rho = 60$ kg/m³, $c - \rho = 80$ kg/m³, $d - \rho = 100$ kg/m³.

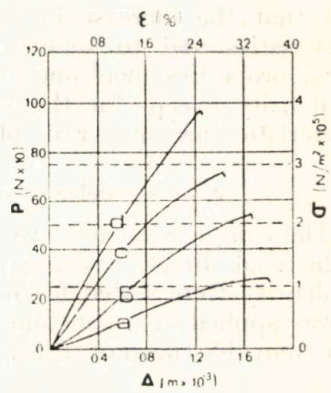


Fig. 5. — Stress — strain curves of polyurethane foams of various densities loaded in tension in the Z direction: $a - \rho = 40$ kg/m³, $b - \rho = 60$ kg/m³, $c - \rho = 80$ kg/m³, $d - \rho = 100$ kg/m³.

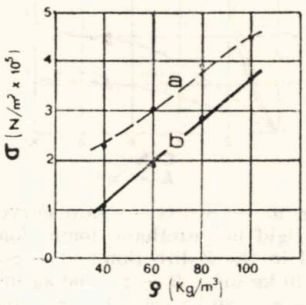


Fig. 6. — Variation of ultimate tensile strength with density for rigid polyurethane foams: a—in X direction, b — in Z direction.

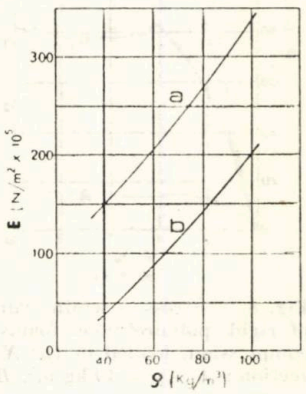


Fig. 7.—Variation of elastic modulus in tension with density for rigid polyurethane foams: a—in X direction, b — in Z direction.

recorded on a chart. The stress — strain diagrams, based on average values for ten specimens, are shown in Figs. 4 and 5 for each foam density and direction. It can be seen that, in the upper part, the rigid polyurethane foams yield continuously up to the fracture load. The ultimate tensile strength was determined dividing the load at fracture by specimen cross

section, perpendicular to the loading direction. The tensile modulus of elasticity was calculated on the initial linear portion of the diagram which follows the small nonlinear segment near origin.

In Figs. 6 and 7, the variations of ultimate tensile strength and tensile elastic modulus versus material density are drawn. It can be observed that the increase in foam density leads to higher values of both characteristics and to smaller ultimate strains. The variation of the mechanical properties mentioned above shows an almost linear increase with foam density except for the very low densities. All values of the studied characteristics are higher in plane than in the foaming direction.

2.2. Compression Behaviour of Rigid Polyurethane Foams

The compression tests were carried out on the samples shown in Fig. 2 *b*, the load direction being parallel to the longer side. Ten specimens of each density were tested for both *OX* and *OZ* directions. The compressive load was applied at a constant rate, coresponding to a 0.3 mm/min. speed of the movable head of the testing machine. In Figs. 8 and 9 the load—

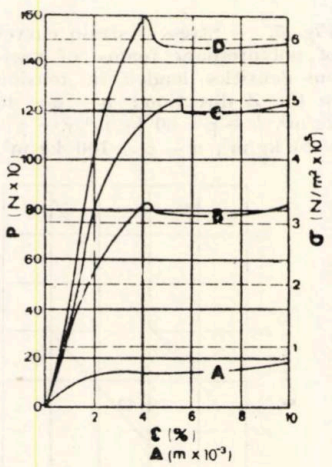


Fig. 8. — Stress — strain curves of rigid polyurethane foams in compression, loaded in the *X* direction: *A* — ρ = 40 kg/m³, *B* — ρ=60 kg/m³, *C*— ρ = 80 kg/m³, *D* — ρ = 100 kg/m³.

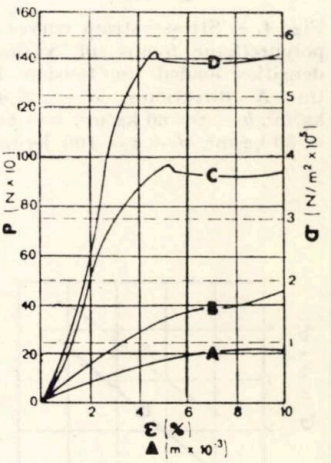


Fig. 9. — Stress — strain curves of rigid polyurethane foams loaded in the *Z* direction: *A* — ρ= = 40 kg/m³, *B* — ρ = 60 kg/m³, *C* — ρ = 80 kg/m³, *D* — ρ = 100 kg/m³.

deformation (stress—strain respectively) curves of the compressed samples are shown. Each diagram has been drawn with average values of ten readings, at the same load level. A typical compression stress — strain curve for dense foams consists of a very small nonlinear portion near the origin followed by an almost linear segment, a peak value defining the maximum load (consequently the compressive strength) and a distinct yield line. The compressive modulus of elasticity was computed from the in-

itial linear portion up to a 2% strain, acceptable in engineering applications [5]. Again, the average values of the compressive strength and modulus vary almost linearly with the foam density (Figs. 10 and 11); both characteristics are smaller in the foaming direction. It has been observed that the light foams continued to compress and had no definite maximum load, while the denser ones presented some peak values and failed in quite a brittle manner.

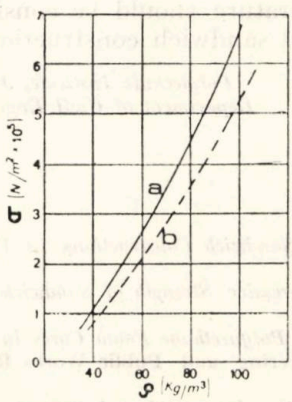


Fig. 10. — Variation of compressive stress with density for rigid polyurethane foams: *a* — in *X* direction, *b* — in *Z* direction.

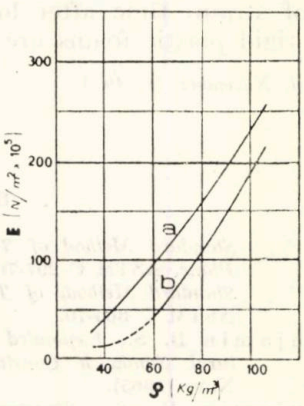


Fig. 11. — Variation of elastic modulus in compression with density for rigid polyurethane foams: *a* — in *X* direction, *b* — in *Z* direction.

Some specimens made of heavier foams showed a skeleton like behaviour, due to some more rigid ribs which had been formed during the material foaming [6].

3. Conclusion

All mechanical characteristics studied in this paper have been found smaller in the rising direction than in that perpendicular to it. It means that the method of formation and the foaming direction influence the mechanical behaviour of these materials under axial load.

For a foam having the same density and loading direction the tensile modulus of elasticity is higher than the compressive modulus. This aspect can be justified by the walls buckling of small cells during the compression test even at low compressive stresses.

The studied mechanical properties show an almost linear increase with respect to the foam density within experimented range (40...100 kg/m³).

For practical design purposes, a certain foam density can be chosen (based on experimental data) according to the mechanical characteristics

required for any structural applications of sandwich panels with rigid plastic foam cores.

The experimental results show quite a large scatter, about 30% for the tensile test and 15% for the compressive test. This large scatter can be explained by the nature of the material itself, which is determined by the chemical formulations, the cell structures and the gas phase composition [4].

Beside the factors mentioned above, some other variables such us rate of strain, time after loading and temperature should be considered when rigid plastic foams are used in structural sandwich constructions.

Received, November 18, 1975

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Civil Engineering

REFERENCES

1. * * * *Standard Method of Tension Test of Flat Sandwich Constructions in Flatwise Plane*, ASTM C 297-70.
2. * * * *Standard Methods of Test for Flatwise Compressive Strength of Sandwich Cores*, ASTM C 365-70.
3. Benjamin B. S., *Expanded Polystirene and Rigid Polyurethane Foam Cores in Structural Sandwich Constructions.* Civil Engineering and Public Works Review, Nov. (1965).
4. Benjamin B. S., *Structural Design with Plastics.* Van Nostrand, Toronto, 1969.
5. Hughes B., Wajda R. L., *Plastics Sandwich Panels with Various Foamed Core Materials and their Behaviour under Load.* In *Plastics in Building Structures*, Pergamon Press, London, 1966.
6. Ţăranu N., Budescu M., Boghian V., *Determinarea caracteristicilor mecanice ale unor spume poliuretanice rigide de diverse greutăţi specifice aparente.* Contract Polytechnic Institute, Jassy – ICPMC Bucharest, nr. 19 655 (1973).

UNELE ASPECTE PRIVIND COMPORTAREA SPUMELOR POLIURETANICE RIGIDE LA EFORTURI AXIALE

(Rezumat)

Se studiază unele aspecte privind comportarea mecanică a spumelor poliuretanice rigide utilizate la confecţionarea miezurilor pentru panouri tip sandviş.

Se prezintă condiţiile pe care trebuie să le satisfacă miezurile, metodologia de încercare la solicitări axiale şi unele rezultate experimentale obţinute de autori pe spume cu densităţi diferite, ţinînd seama de modul de fabricare şi direcţia de înspumare.

Pe baza determinărilor efectuate se formulează unele concluzii utile proiectării structurilor sandviş cu miezuri din spume poliuretanice rigide.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secția V
CONSTRUCȚII, ARHITECTURĂ

C. Z. 625.8 ; 691.3 ; 691.1

STUDIUL UNOR PROPRIETĂȚI ALE BETOANELOR ASFALTICE CONFECȚIONATE CU CIMENT

DE

ZAHARIE SALINIUC

1. Introducere

Studiul comportării unor betoane asfaltice puse în operă a scos în evidență faptul că sub acțiunea solicitărilor provenite din circulație, amplificate și influențate puternic de factorii climatici, se produc o serie de degradări ale acestor betoane. De cele mai multe ori aceste degradări se datoresc slăbirii legăturii realizate de către liantul bituminos între granulele agregatului mineral ale betonului asfaltic în prezența apei, adică reducerii adezivității.

Adezivitatea depinde în egală măsură de liant ca și de agregatul mineral și poate prezenta trepte de intensitate diferită, potrivit cu compoziția, natura și proveniența corpurilor în contact [1]; de asemenea mai depinde de o serie de factori ce intervin în timpul realizării îmbrăcăminților asfaltice sau a exploatării lor.

În alcătuirea mixturilor asfaltice filerele au roluri multiple, cu caracter regulator sau chiar decisiv asupra granulozității agregatului mineral, modificării proprietăților lianților bituminoși și a comportării mixturii la diferite solicitări [3]. Din aceste motive am considerat necesar studiul comportării unor mixturi asfaltice, în special în raport cu apa, utilizînd în paralel filerul de calcar și unii înlocuitori ai acestuia.

2. Materiale folosite — rețete studiate

Materialele folosite au fost cele utilizate curent de către întreprinderile ieșene de drumuri.

Criblurile, sorturile 3/8 mm și 8/16 mm, precum și nisipul de concasaj 0/3 mm, provin din cariera Chileni, iar compoziția lor granulometrică este prezentată în fig. 1 și tabelul 1.

Nisipul natural, sort 0/8 mm (fig. 1 și tabelul 1), provenind din balastiera Fărăoani, se încadrează din punct de vedere calitativ în condițiile cerute de STAS 662/69, avînd un procent de 1,57% parte levigabilă, iar substanțele organice sînt puse în evidență printr-o colorație slab galbenă în soluție de hidroxid de sodiu.

Filerul de calcar, din cariera Murfatlar, prezintă o finețe a pulberii de 68,2% (granule sub 0,071 mm — fig. 1 și tabelul 1), prezentînd deci o ușoară abatere față de condițiile de calitate cerute de STAS 539/73.

Ca înlocuitori ai filerului s-au ales două cimenturi care au în componenţa lor adaosuri de zgură granulată de furnal fin măcinată : cimentul metalurgic *M* 400 cu adaos de zgură granulată de furnal în proporţie de 20...30% şi cimentul Portland cu adaos de zgură granulată de furnal în proporţie de 6...15%. Din fig. 1 şi tabelul 1, în care sînt reprezentate compoziţiile granulometrice, rezultă fineţea mare a celor două cimenturi, de 86,14% şi respectiv 83,76% granule sub 0,071 mm.

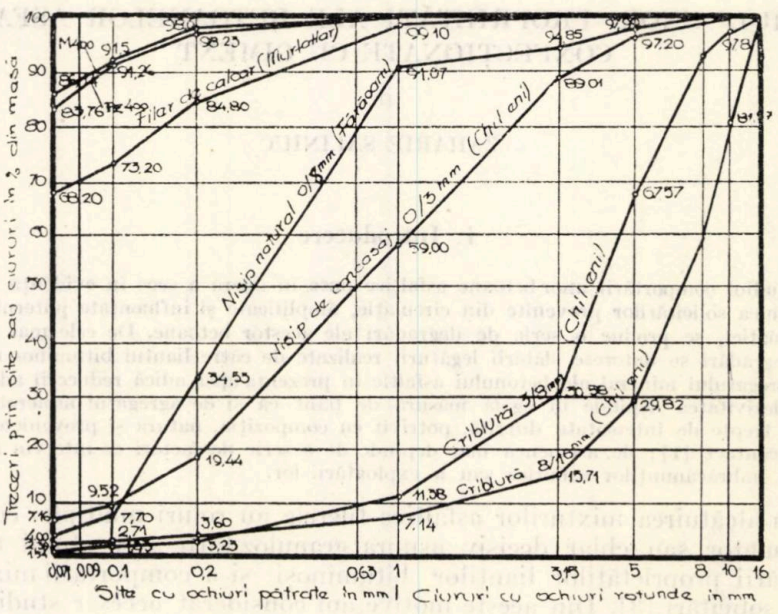


Fig. 1. — Curbele granulometrice ale agregatelor folosite.

Tabelul 1

Granulozitatea materialelor folosite

Materiale	Trecut prin sita, ciurul [%]									
	16	10	8	5	3,15	1	0,4	0,25	0,1	0,071
Criblură 8/16 mm	100,00	81,57	49,25	29,82	15,71	7,14	4,99	3,60	2,71	2,39
Criblură 3/8 mm	100,00	97,80	92,02	67,57	30,58	11,38	6,13	3,25	1,93	1,54
Nisip concasat 0/3 mm		100,00	98,92	97,20	89,01	59,00	38,22	19,44	9,52	7,16
Nisip natural 0/8 mm			100,00	97,99	94,85	91,07	82,67	34,53	7,70	4,00
Filer de calcar					100,00	99,10	94,90	84,80	73,20	68,20
Ciment *M* 400						100,00	99,70	98,60	91,50	86,14
Ciment *Pz* 400						100,00	99,50	98,23	91,26	83,76

În ceea ce privește liantul am avut la dispoziție trei categorii de bitumuri procurate de la întreprinderile D.D.P., Iași și I. G. C. C., Iași, ale căror caracteristici sînt prezentate în tabelul 2.

Tabelul 2

Categoriile de bitum studiate

Categoria de bitum	Penetrație 1/10 mm	Ductilitate cm	Inel și bilă °C	Observații
Bitum nr. 1	165,8	66,66	40,7	
Bitum nr. 2	144,5	65,25	40,3	
Bitum nr. 3	113,0	peste 100	44,8	Corespunde bitumului tip *D*

Din analiza proprietăților bitumurilor prezentate rezultă că numai bitumul nr. 3 se încadrează în limitele cerute pentru un bitum tip *D* și în consecință acesta a fost ales pentru confecționarea mixturilor de cercetat.

Pentru a constata în ce măsură încorporarea înlocuitorilor de filer, cele două cimenturi, față de filerul de calcar, influențează unele proprietăți ale betonului asfaltic, s-au realizat un număr de patru mixturi asfaltice de tipul betonului asfaltic cu agregat mărunt sărac în criblură, obținînd pentru agregatul mineral al acestor mixturi curbe granulometrice care se încadrează în intervalul granulometric recomandat de STAS 174/73 (fig. 2).

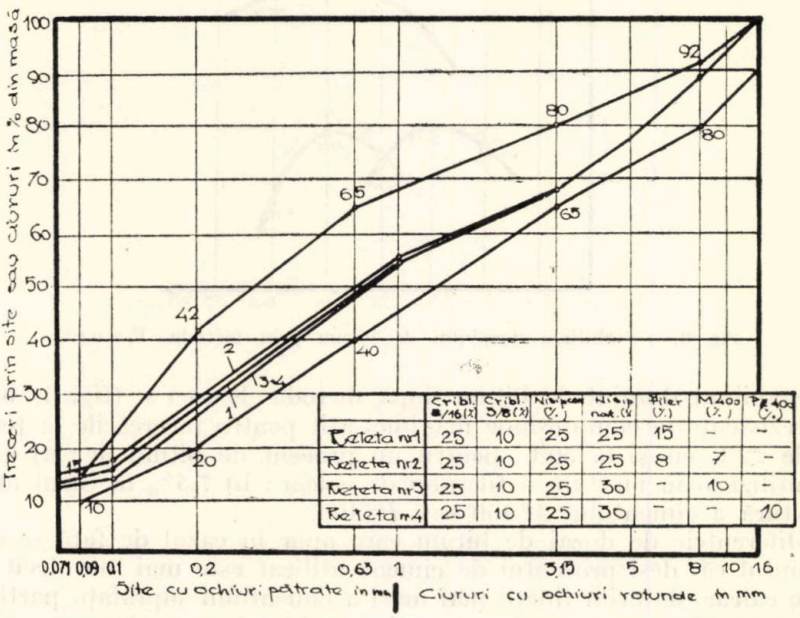


Fig. 2. — Beton asfaltic cu agregat mărunt sărac în criblură — interval granulometric.

S-a încercat utilizarea concomitentă în mixtură a filerului de calcar în proporție de 8% și a cimentului în proporție de 7%, ceea ce a condus la o curbă granulometrică a agregatului mineral care nu se încadra în intervalul granulometric recomandat, fapt pentru care s-a renunțat la această mixtură.

Dozajul de bitum calculat cu relația stabilită de D u r i e z:

$$p[\%] = K\sqrt[5]{S},$$

în care: p reprezintă procentul de bitum raportat la greutatea mixturii, K=3,75 — modulul de conținut, S — suprafața specifică a agregatului mineral, [m²/kg], a condus la obținerea următoarelor rezultate:

a) În cazul utilizării în mixtură a filerului de calcar în procent de 15% (rețeta nr. 1), $p = 6{,}92\%$.

b) În cazul utilizării în mixtură a cimentului M 400 în procent de 10% (rețeta nr. 3), $p = 6{,}80\%$.

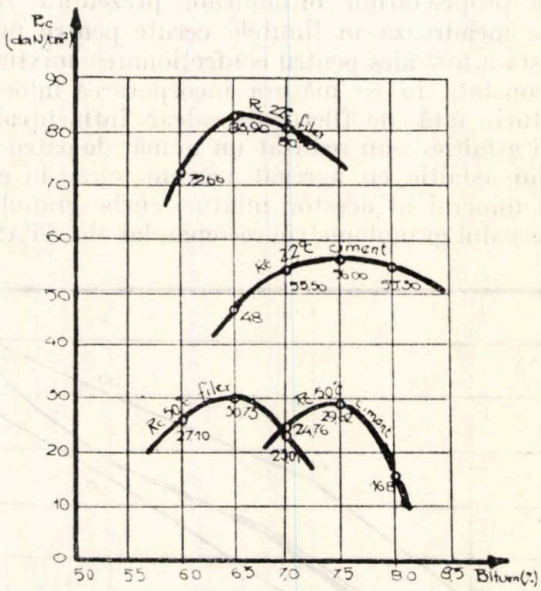


Fig. 3. — Stabilirea dozajului de bitum prin metoda E w e r s.

Stabilind dozajul de bitum după metoda E w e r s (fig. 3) s-au obținut rezistențe la compresiune maxime, atît pentru încercările la temperatura de 22°C cît și la 50°C, pentru un procent de bitum de: a) 6,5% în cazul utilizării în mixtură a filerului de calcar; b) 7,5% în cazul utilizării în mixtură a cimentului M 400 sau Pz 400.

Diferențele de dozaj de bitum care apar în cazul de față se explică prin faptul că, deși procentul de ciment utilizat este mai mic decît cel de filer de calcar, datorită fineții mai mari a cimentului suprafața particulelor de ciment conține numeroase puncte active, mai ales în proeminențe ca muchii și

colțuri și deci acestea vor necesita o cantitate mai mare de liant pe care îl structurează mai bine, prin adsorbție mobilă sau prin adsorbție orientată.

3. Încercări efectuate pentru aprecierea adezivității liant—agregat

Determinarea practică a adezivității constituie o operație dificilă datorită fenomenelor interfaciale complexe care au loc la interfața liant — agregat, precum și prezenței altor corpuri în contact. În general, adezivitatea este mai mare decît coeziunea, ceea ce are drept efect ruperea probelor supuse la încercare și nu dezlipirea lor.

Adezivitatea se măsoară teoretic prin efortul necesar ce se exercită pe unitatea de suprafață și adesea pe o direcție determinată pentru a dezlipi un liant de suportul său natural. Această definție de ordin pur mecanic nu prezintă importanță practică deoarece consideră numai fenomenul fizic. Mijloacele care stau la dispoziția laboratoarelor pentru determinarea adezivității au fost alese astfel încît să reproducă cît mai fidel factorii ce intervin obișnuit pe șosea : apa, circulația și natura materialelor. Dacă în ceea ce privește materialele se poate interveni, alegînd materiale curate și de calitate, acțiunea apei și a circulației sînt inevitabile. O încercare de adezivitate trebuie, deci, să permită studiul atent al liantului ce aderă pe o suprafață de agregat curată în prezența apei și sub acțiunea unui agent care să substituie circulația.

Există un număr foarte mare de metode pentru determinarea adezivității. Dintre acestea, cele mai importante se pot grupa în trei categorii :

a) Metode bazate pe aprecierea măsurii în care agregatele tratate în prealabil cu bitum se dezanrobează sub acțiunea apei.

b) Metode bazate pe modul în care se modifică caracteristicile fizico-mecanice ale mixturilor asfaltice după imersiunea în apă.

c) Metode bazate pe fenomene fizice care au loc la contactul bitum — piatră — apă.

Dintre acestea s-a ales o metodă indirectă constînd în aprecierea adezivității în funcție de scăderea rezistenței betonului asfaltic după imersiunea în apă. În acest scop s-au confecționat epruvete cilindrice din beton asfaltic cu agregat mărunt și bitum, folosind mai întîi filer de calcar și apoi ciment *M* 400 și *Pz* 400. Parte din aceste epruvete au fost încercate la compresiune după 24 ore de la confecționare, la temperatura de 22°C, cu viteza de 20 mm/min, iar o altă parte au fost încercate la aceeași temperatură și cu aceeași viteză după 28 de zile de imersiune în apă ; s-a notat atît reducerea rezistenței la compresiune după imersiune cît și umflarea epruvetelor cauzată de această imersiune.

Gradul de umflare precum și scăderea rezistenței după imersiune au furnizat indicații asupra puterii de aderare a bitumului la agregatul mineral în cazul folosirii în mixtură a filerului de calcar și apoi în cazul cimentului *M* 400 și *Pz* 400.

Atunci cînd se introduce o epruvetă de beton asfaltic în apă, aceasta pătrunde în primul moment mai întîi într-o parte din pori fără a produce o umflare a epruvetei. În continuare, dacă adezivitatea nu este bună apa

va pătrunde la interfața liant — agregat. Presiunea capilară, care poate atinge valori ridicate în cazul micilor distanțe de la interfața film de bitum — agregat, provoacă o umflare a filmului de liant care are drept rezultat o umflare generală a epruvetei cu atît mai pronunțată cu cît adezivitatea este mai slabă și permite deci unei cantități mai mari de apă să pătrundă.

Concomitent, datorită dezlipirii liantului de pe agregat, se înregistrează și o scădere a rezistenței la compresiune.

4. Rezultatele încercărilor efectuate

În laborator s-au efectuat încercări pe epruvete din beton asfaltic cu agregat mărunt sărac în criblură, de formă cilindrică, cu diametrul egal cu înălțimea și egal cu 5 cm.

În urma încercărilor au rezultat rezistențele la compresiune la temperaturile de 18°C, 22°C și 50°C, greutatea volumică a mixturii, absorbția de apă raportată la volum și reducerea rezistenței la compresiune la 22°C și umflarea după 28 de zile de imersiune în apă. Rezultatele sînt prezentate în tabelul 3.

Tabelul 3

Proprietățile fizico-mecanice ale mixturilor încercate *)

Tipul de mixtură		Bitum la mixtură %	Proprietăți fizice			Proprietăți mecanice			
			γ daN/m³	Abs. de apă %	Umflare %	R_c 18°C daN/cm²	R_c 22°C daN/cm²	R_c 50°C daN/cm²	Red. rez. la 28 zile %
Beton asfaltic cu agregat mărunt sărac în criblură	Filer de calcar 15%	6,50	2 300	3,34	2,52	72,96	69,25	22,36	39,90
	Ciment *M* 400 10%	7,50	2 250	2,39	1,26	64,90	56,00	29,62	6,97
	Ciment *Pz* 400 10%	7,50	2 250	2,55	1,18	66,80	52,25	33,66	5,16

*) Valorile din tabel reprezintă media a trei încercări

Se poate observa, din analiza datelor din tabel, care reprezintă media a cel puțin trei încercări, că rezistențele la compresiune la temperaturile 18°C și 22°C sînt mai mari pentru mixturile confecționate cu filer decît pentru cele confecționate cu ciment. În același timp se observă că s-au obținut rezistențe la compresiune, la temperatura de 50°C, mai mari pentru mixturile confecționate cu ciment, ceea ce are drept efect un coeficient de termostabilitate mai bun pentru aceste mixturi în raport cu cele confecționate cu filer.

În ceea ce privește umflarea și reducerea rezistenței la compresiune la 22°C după 28 de zile de imersiune în apă, ambele sînt mai mici pentru

mixturile confecționate cu ciment, deși mixturile confecționate cu filer prezintă o greutate volumică mai mare (2 300 daN/m³ față de 2 250 daN/m³ cît s-a obținut pentru mixturile confecționate cu ciment).

5. Concluzii

Din analiza rezultatelor încercărilor efectuate asupra epruvetelor de beton asfaltic confecționate cu filer de calcar și apoi cu ciment *M* 400 și *Pz* 400 se pot trage cîteva concluzii referitoare la comportarea acestor mixturi:

a) Rezistențele mecanice ale betoanelor asfaltice confecționate cu ciment *M* 400 și *Pz* 400 prezintă valori ce indică o bună comportare la solicitările pe care vor trebui să le suporte în carosabilul drumului; datorită rezistenței mai mari la compresiune, la temperatura de 50°C, obținută pentru epruvetele de beton asfaltic confecționate cu ciment decît pentru cele confecționate cu filer, rezultă pentru primele o mai bună stabilitate la variații de temperatură.

b) Deoarece umflarea și reducerea rezistenței la compresiune la temperatura de 22°C, după 28 de zile de imersiune în apă, prezintă valori mai mici pentru betoanele asfaltice confecționate cu ciment decît pentru cele confecționate cu filer, se poate trage concluzia că prezența cimentului în mixtură duce și la îmbunătățirea aderenței dintre liant și agregatul mineral, deși în mixturile asfaltice confecționate cu ciment procentul de nisip natural, deci de material local de natură acidă, este mai mare decît la mixturile confecționate cu filer (30% nisip natural față de 25% nisip natural în mixturile cu filer). Asemenea mixturi ar fi utilizabile cu bune rezultate pentru sectoarele de drum din zonele cu umiditate excesivă și acolo unde această umiditate se menține un timp mai îndelungat.

c) Analizînd suprafața epruvetelor de beton asfaltic confecționat cu ciment se constată o rugozitate mai mare a acesteia, deci se poate presupune că astfel de betoane utilizate în stratul de suprafață al carosabilului drumului poate îmbunătăți aderența dintre șosea și roțile autovehiculului.

d) Valorile mici obținute pentru umflare la betoanele confecționate cu ciment reprezintă consecința unei adezivități mai bune între liant și agregatul mineral și nu se datoresc reacțiilor de hidratare a particulelor de ciment eventual neacoperite de către liantul hidrocarbonat, care ar ajunge deci în contact cu apa. Numai utilizînd un procent mai redus de liant (6,5 % bitum), deci existînd în acest caz posibilitatea ca particulele de ciment să rămînă neanrobate și în contact cu apa să formeze geluri, se obține o umflare și o reducere mai pronunțată a rezistenței după imersiune în apă la astfel de betoane.

Primită la 17 februarie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de geotehnică, fundații și căi de comunicații

BIBLIOGRAFIE

1. Duriez M., Arrambide J., *Nouveau traité de matériaux de construction.* T. III, *Liants et bétons hydrocarbonés.* Dunod, Paris, 1962.

2. Duriez M., *Introduction aux études et travaux de technique routière.* Rev. gén. des routes et des aérodromes, *421* (1967), *422* (1967), *423* (1967), *424* (1967), *428* (1968).
3. Craus I., *Contribuţii la studiul influenţei filerelor asupra proprietăţilor mortarelor asfaltice.* Teză de doctorat, Inst. de constr., Buc., 1969.
4. Mătăsaru T. ş. a., *Drumuri.* Ed. Tehn., Buc., 1966.
5. * * * *Materialele celui de al XIV-lea Congres mondial de drumuri.* Praga, 1971.

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ЦЕМЕНТНЫХ АСФАЛТО-БЕТОНОВ

(Резюме)

Исследуются некоторые физические и механические свойства асфалто-бетонов, изготовленных с применением заменителей филера.

Полученные свойства для асфалто-бетонов изготовленных с применением цементов *M*400 и *Pz* 400 указывают на хорошую водонепроницаемость.

Они применимы в местных трудных температурных и водных условиях.

1977 JAN 7

40822

F 1503/5

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXII (XXVI)

Fasc. 3–4

SECŢIA V CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1976

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXII (XXVI)

Fasc. 3—4

SECŢIA V CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1976

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU,
prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar)
prof. dr. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

V. CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

Prof. dr. ing. C. CIOBANU
Prof. dr. ing. VL. BOGHIAN
Prof. dr. ing. ADR. RADU

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)

BIBLIOTECA CENTRALĂ A UNIVERSITĂȚII TEHNICE GHEORGHE ASACHI DIN IAȘI
1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4 1976

Secţia V

CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

SUMAR

Pag.

ŞT JERCA, P. RĂILEANU şi D. GORBĂNESCU, Ecuaţiile parametrilor iniţiali pentru grinda rezemată pe mediu deformabil cu comportare elastic neliniară (I) (rom., rez. engl.) 7

H. BĂRBAT, V. BREABĂN şi C. D. IONESCU, Efectul componentei seismice verticale asupra răspunsului seismic al barajelor din anrocamente (engl., rez. rom.) 15

R. MÜHLBÄCHER, C. D. IONESCU, D. PRECUPANU şi A. STANCIU, Alcătuirea optimă a grinzilor principale a podurilor mixte cu dală carosabilă din beton uşor (II) (germ., rez. rom.) 19

V. ZAVATI şi V. MURGESCU, Contribuţii la calculul stabilităţii barajelor de pământ ţinînd seama de consolidarea terenului de fundaţie (I) (rom., rez. franc.) 25

EM. BÂRSAN, Redistribuirea tensiunilor în fundaţia barajelor de greutate (rom., rez. engl.) 31

N. BENCHEA şi A. STANCIU, Dimensionarea la acţiunea forţelor orizontale a coloanelor de fundaţie ce străbat mai multe straturi de pământ (germ., rez. rom.) 37

M. PATRAŞ, Determinarea capacităţii de rezistenţă a elementelor preîntinse supuse eforturilor de tăiere. Propuneri de calcul (franc., rez. rom.) 45

I. DUMITRESCU, R. MÜHLBÄCHER, A. GNĂDIG şi ŞT. MARINESCU, Grinzi cu pantă obţinute din profile laminate dublu T (rom., rez. germ.) . . . 55

S. COROBCEANU şi N. FLOREA, Noi procedee tehnologice de tratament termic a betonului (engl., rez. rom.) 61

N. ŢĂRANU, M. BUDESCU şi I. FILIPESCU, Asupra comportării la forfecare a elementelor sandviş din poliesteri armaţi în fibră de sticlă şi spume poliuretanice rigide (engl., rez. rom.) 67

M. PINTILIE, Comportarea vîscoelastică a poliamidei 6 Bloc (I) (rom., rez. engl.) 73

RECENZII 79

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXII (XXVI), Fasc. 3—4 1976

Section V

CONSTRUCTIONS. ARCHITECTURE

CONTENTS

Pp.

ŞT. JERCA, P. RĂILEANU and D. GORBĂNESCU, The Initial Parameters Equations for Beams Supported on Deformable Media with Nonlinear Elastic Behaviour (I) (Romanian, English summary) 7

H. BĂRBAT, V. BREABĂN and C. D. IONESCU, Vertical Ground Motion Component Considered in the Seismic Response of Rockfill Dams (English, Romanian summary) 15

R. MÜHLBÄCHER, C. D. IONESCU, D. PRECUPANU und A. STANCIU, Optimale Auslegung der Hauptträger von Verbundbrücken mit Leichtbetonfahrbahnplatte (II) (German, Romanian summary) 19

V. ZAVATI et V. MURGESCU, Contribution au calcul de la stabilité des barrages en terre ayant en vue la stabilité du terrain de fondation (I) (Romanian, French summary) 25

V. BÂRSAN, The Stress Redistribution in the Foundation of Gravity Dams (Romanian, English summary) 31

N. BENCHEA und A. STANCIU, Bemessung für Horizontalkräfte der Gründungsgroßphäle die mehrere Erdschichte durchdringen (German, Romanian summary) 37

M. PATRAŞ, La détermination de la capacité de résistance des éléments précontraints soumis aux efforts tranchants. Proposition de calcul (French, Romanian summary) 45

I. DUMITRESCU, R. MÜHLBÄCHER, A. GNĂDIG und ŞT. MARINESCU, Dachförmig getrennte und wieder verschweißte I-Träger (Romanian, German summary) 55

S. COROBCEANU and N. FLOREA, The New Technologies of Thermical Treatment of the Concrete (English, Romanian summary) 61

N. ŢĂRANU, M. BUDESCU and I. FILIPESCU, On Shear Behaviour of GRP and Rigid Polyurethanic Foam Sandwich Elements (English, Romanian summary) 67

M. PINTILIE, The Visco-Elastic Behaviour of the 6 Block Polyamide (I) (Romanian, English summary) 73

BOOK REVIEWS 79

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXII (XXVI), Вып. 3—4 1976

Секция V

СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

ШТ. ЖЕРКА, П. РЭИЛЯНУ и Д. ГОРБЭНЕСКУ, Уравнение начальных параметров для лежащей балки на деформированное среды с нелинейном упругом поведением (рум., рез. англ.) 7

Х. БЭРБАТ, В. БРЯБЭН и К. Д. ИОНЕСКУ, Эффект сеисмическдй вертикальной компоненты на сейсмическую реакцию каменонабросных плотин (англ., рез. рум.) 15

Р. МЮЛБЕХЕР, К. Д. ИОНЕСКУ, Д. ПРЕКУПАНУ и А. СТАНЧИУ, Оптимальные образования главных мостовых стально-железобетонных балок с плитом (II) (нем., рез. рум.) 19

В. ЗАВАТИ и В. МУРДЖЕСКУ, Вклады по расчету устойчивости земляных плотин принимая во внимание закрепление почвы основания (I) (рум., рез. франц.) 25

ЭМ. БЫРСАН, Перераспределения напражений в основании гравитационных плотин (рум., рез. англ.) 31

Н. БЕНКЯ и А. СТАНЧИУ, Расчет колон пересечающие различные слои, при действий горизонтальных сил (нем., рез. рум.) . . . 37

М. ПАТРАШ, Определение способности сопротивления предварительно напряженных железобетонных элементов под воздействием поперечной силы. Предложения по расчету (франц., рез. рум.) . . 45

И. ДУМИТРЕСКУ, Р. МЮЛБЕХЕР, А. ГНЕДИГ и ШТ. МАРИНЕСКУ, Балки переменного сечения изготовленных из двухтавровых прокатных профилей (рум., рез. нем.) 55

С. КОРОБЧЯНУ и Н. ФЛОРЯ, Новые технологические методы термообработки бетона (англ., рез. рум.) 61

Н. ЦЭРАНУ, М. БУДЕСКУ и И. ФИЛИПЕСКУ, К поведению при сдвите сандвиш элементов из полиэфиров, армированных с стеклянными волокнами и жесткой полиуретановой пены (англ., рез. рум.) 67

М. ПИНТИЛИЕ, Анализ вязкоэластичности полиамида 6 блок (I) (рум., рез. англ.) 73

РЕЦЕНЗИИ 79

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 531.2 : 624.1

ECUAȚIILE PARAMETRILOR INIȚIALI PENTRU GRINDA REZEMATĂ PE MEDIU DEFORMABIL CU COMPORTARE ELASTIC NELINIARĂ (I)

DE

ȘT. JERCA, PAULICĂ RĂILEANU și D. GORBĂNESCU

1. Introducere

Unul din procedeele de fundare des folosite în practică constă din grinzi continui, elastice sub stîlpi sau ziduri, rezemate pe teren.

Literatura de specialitate menționează că de fapt coeficientul de tasare k nu constituie o constantă fizică a pămîntului ci depinde, între altele, de suprafața tălpii fundației, de raportul laturilor și de rigiditatea ei, de stratificația terenului și oferă relații pentru evaluarea sa. Această variabilitate a coeficientului de tasare este o consecință a comportării neliniare a terenului, cauzată de neomogenitatea și anizotropia sa.

În lucrare se propune pentru coeficientul de tasare o variație în lungul grinzii de forma :

$$k = \frac{\alpha}{(\xi + \beta)^4}, \tag{1}$$

unde $\xi = x/l$ este abscisa redusă, l fiind lungimea grinzii, α și β sînt parametrii ce se determină din curba de variație reală a coeficientului de tasare, stabilită experimental.

Se aleg două perechi de valori (ξ_1, k_1) și (ξ_2, k_2) de pe curba reală și se introduc în relația (1), obținîndu-se un sistem algebric de ecuații, prin rezolvarea căruia rezultă valorile parametrilor α și β. Dacă nu se dispune de curba reală de variație a lui k în lungul grinzii sînt suficiente valorile acestuia în două puncte ale grinzii, ce se pot determina experimental.

În lucrare se stabilesc ecuațiile parametrilor inițiali pentru grinda rezemată pe mediul deformabil, acceptînd relația (1) și ipoteza Winkler.

2. Ecuația diferențială a axei deformate

Conlucrarea dintre grindă și terenul de fundație se consideră de tipul Winkler:

$$p = ky, \tag{2}$$

unde p este reacțiunea mediului deformabil iar y săgeata grinzii elastice.

Ecuația diferențială a fibrei medii deformate a grinzii, în cazul în care se neglijează efectul forței tăietoare, este :

$$\frac{d^4y}{dx^4} = \frac{q(x) - p(x)}{EI}, \tag{3}$$

unde $q(x)$ este încărcarea exterioară, iar EI — rigiditatea la încovoiere a grinzii.

Din relațiile (1)...(3) se obține ecuația axului deformat sub forma :

$$\frac{d^4y}{d\xi^4} + \frac{\gamma^4 l^4}{(\xi + \beta)^4} y = \frac{l^4 q(\xi)}{EI}, \tag{4}$$

unde s-a notat $\gamma^4 = \alpha b/EI$, b fiind lățimea grinzii.

Ecuația diferențială (4) este de tip Euler și admițînd o soluție a ecuației omogene de forma :

$$y = (\xi + \beta)^r \tag{5}$$

se obține pentru r ecuația algebrică (ecuația caracteristică) :

$$r(r-1)(r-2)(r-3) + \gamma^4 l^4 = 0, \tag{6}$$

cu rădăcinile :

$$\begin{cases} r_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{5}{4} + \sqrt{1 - \gamma^4 l^4}}, \\ r_{3,4} = \frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{5}{4} - \sqrt{1 - \gamma^4 l^4}}. \end{cases} \tag{7}$$

Natura rădăcinilor r_i, reale sau complexe, depinde de valoarea produsului $\gamma^4 l^4$ și impune forma integralei generale a ecuației omogene.

În cele ce urmează se va presupune satisfăcută inegalitatea

$$\gamma^4 l^4 < 1 \tag{8}$$

astfel încît rădăcinile r_i sînt reale și distincte. În aceste condiții soluția generală a ecuației diferențiale (4) este de forma :

$$y(\xi) = C_1(\xi + \beta)^{r_1} + C_2(\xi + \beta)^{r_2} + C_3(\xi + \beta)^{r_3} + C_4(\xi + \beta)^{r_4} + \Phi(\xi), \tag{9}$$

unde $\Phi(\xi)$ este o soluție particulară a ecuației diferențiale neomogene (4), numită *funcție de încărcare*.

Condiția (8) este satisfăcută de grinzile scurte, cu rigiditatea la încovoiere mare și variație mică a coeficientului de tasare k în lungul grinzii[1]). Aplicînd procedeul variației constantelor se obține pentru funcția de încărcare expresia :

---

[1]) Cazul $\gamma^4 l^4 > 1$, satisfăcut de grinzile lungi și cu rigiditate mică, va fi tratat într-o lucrare viitoare.

$$\Phi(\xi)=\frac{l^4}{EI}\int_0^{\xi} q(t)\left[-\frac{(\xi+\beta)^{r_1}(t+\beta)^{r_2}}{(r_2-r_1)(r_3-r_1)(r_4-r_1)}-\frac{(\xi+\beta)^{r_2}(t+\beta)^{r_1}}{(r_1-r_2)(r_3-r_2)(r_4-r_2)}-\right.$$

$$\left.-\frac{(\xi+\beta)^{r_3}(t+\beta)^{r_4}}{(r_1-r_3)(r_2-r_3)(r_4-r_3)}-\frac{(\xi+\beta)^{r_4}(t+\beta)^{r_3}}{(r_1-r_4)(r_2-r_4)(r_3-r_4)}\right]dt. \tag{10}$$

3. Determinarea constantelor de integrare

Constantelor de integrare C_i, (i=1,...,4), li se poate conferi un sens fizic exprimîndu-le cu ajutorul parametrilor inițiali ai grinzii, y_0, φ_0, M_0 și T_0, care reprezintă săgeata, panta, momentul încovoietor și respectiv forța tăietoare din capătul considerat origine (fig. 1).

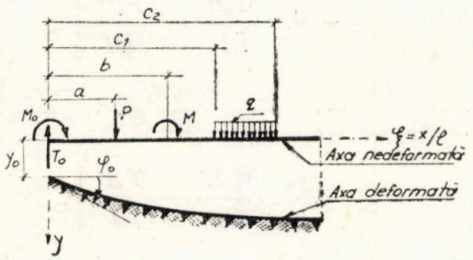


Fig. 1.

În acest scop se impun următoarele condiții inițiale:

$$\begin{cases} y_{(\xi=0)}=y_0, \qquad y'_{(\xi=0)}=\varphi_0 l, \\ y''_{(\xi=0)}=-\dfrac{M_0 l^2}{EI}, \qquad y'''_{(\xi=0)}=-\dfrac{T_0 l^3}{EI}, \end{cases} \tag{11}$$

din care rezultă, în baza relațiilor (9) și (10), sistemul algebric de ecuații:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{4} C_i \beta^{r_i}=y_0, \qquad \sum_{i=1}^{4} C_i r_i \beta^{r_i-1}=\varphi_0 l, \\ \sum_{i=1}^{4} C_i r_i (r_i-1)\beta^{r_i-2}=-\dfrac{M_0 l^2}{EI}, \\ \sum_{i=1}^{4} C_i r_i (r_i-1)(r_i-2)\beta^{r_i-3}=-\dfrac{T_0 l^3}{EI}. \end{cases} \tag{12}$$

Soluțiile sistemului (12) sînt:

$$
\left\{
\begin{aligned}
C_1 &= \frac{\beta^{r_2}}{(r_4-r_1)(r_3-r_1)(r_2-r_1)}\left[\frac{r_2 r_3 r_4}{\beta^3}y_0 - \frac{r_3 r_4 + 3(r_2+1)}{\beta^2}\varphi_0 l - \right.\\
&\qquad \left. - \frac{r_2}{\beta}\cdot\frac{M_0 l^2}{EI} + \frac{T_0 l^3}{EI}\right],\\
C_2 &= \frac{\beta^{r_1}}{(r_4-r_2)(r_3-r_2)(r_1-r_2)}\left[\frac{r_1 r_3 r_4}{\beta^3}y_0 - \frac{r_3 r_4 + 3(r_1+1)}{\beta}\varphi_0 l - \right.\\
&\qquad \left. - \frac{r_1}{\beta}\cdot\frac{M_0 l^2}{EI} + \frac{T_0 l^3}{EI}\right],\\
C_3 &= \frac{\beta^{r_4}}{(r_4-r_3)(r_2-r_3)(r_1-r_3)}\left[\frac{r_1 r_2 r_4}{\beta^3}y_0 - \frac{r_1 r_2 + 3(r_4+1)}{\beta^2}\varphi_0 l - \right.\\
&\qquad \left. - \frac{r_4}{\beta}\cdot\frac{M_0 l^2}{EI} + \frac{T_0 l^3}{EI}\right],\\
C_4 &= \frac{\beta^{r_3}}{(r_3-r_4)(r_2-r_4)(r_1-r_4)}\left[\frac{r_1 r_2 r_3}{\beta^3}y_0 - \frac{r_1 r_2 + 3(r_3+1)}{\beta^2}\varphi_0 l - \right.\\
&\qquad \left. - \frac{r_3}{\beta}\cdot\frac{M_0 l^2}{EI} + \frac{T_0 l^3}{EI}\right],
\end{aligned}
\right. \tag{13}
$$

care introdusă în relația (9) și derivatele acesteia, furnizează ecuațiile parametrilor inițiali :

$$
\left\{
\begin{aligned}
y(\xi) &= y_0 f_1(\alpha;\beta;\xi+\beta) + \varphi_0 l f_2(\alpha;\beta;\xi+\beta) + \\
&\quad + \frac{M_0 l^2}{EI} f_3(\alpha;\beta;\xi+\beta) + \frac{T_0 l^3}{EI} f_4(\alpha;\beta;\xi+\beta) + \Phi(\xi),\\
\varphi(\xi) &= \frac{y_0}{l} f_1'(\alpha;\beta;\xi+\beta) + y_0 f_2'(\alpha;\beta;\xi+\beta) + \\
&\quad + \frac{M_0 l}{EI} f_3'(\alpha;\beta;\xi+\beta) + \frac{T_0 l^2}{EI} f_4'(\alpha;\beta;\xi+\beta) + \Phi'(\xi),\\
M(\xi) &= -\frac{EI}{l^2} y_0 f_1''(\alpha;\beta;\xi+\beta) - \frac{EI}{l}\varphi_0 f_2''(\alpha;\beta;\xi+\beta) - \\
&\quad - M_0 f_3''(\alpha;\beta;\xi+\beta) - T_0 l f_4''(\alpha;\beta;\xi+\beta) - \frac{EI}{l^2}\Phi''(\xi),\\
T(\xi) &= -\frac{EI}{l^3} y_0 f_1'''(\alpha;\beta;\xi+\beta) - \frac{EI}{l^2}\varphi_0 f_2'''(\alpha;\beta;\xi+\beta) - \\
&\quad - \frac{M_0}{l} f_3'''(\alpha;\beta;\xi+\beta) - T_0 f_4'''(\alpha;\beta;\xi+\beta) - \frac{EI}{l^3}\Phi'''(\xi),
\end{aligned}
\right. \tag{14}
$$

unde :

$$
(15)\quad
\begin{cases}
f_1(\alpha;\beta;\xi+\beta) = \dfrac{\beta^{r_3-3}\, r_2 r_3 r_4}{(r_4-r_1)(r_3-r_1)(r_2-r_1)}(\xi+\beta)^{r_1} + \\
+ \dfrac{\beta^{r_1-3}\, r_1 r_3 r_4}{(r_4-r_2)(r_3-r_2)(r_2-r_1)}(\xi+\beta)^{r_2} + \dfrac{\beta^{r_4-3}\, r_1 r_2 r_4}{(r_4-r_3)(r_2-r_3)(r_1-r_3)}(\xi+\beta)^{r_3} + \\
+ \dfrac{\beta^{r_3-3}\, r_1 r_2 r_3}{(r_3-r_4)(r_2-r_4)(r_1-r_4)}(\xi+\beta)^{r_4}, \\
f_2(\alpha;\beta;\xi+\beta) = -\left\{\dfrac{\beta^{r_3-2}[r_3 r_4 + 3(r_2+1)]}{(r_4-r_1)(r_3-r_1)(r_2-r_1)}(\xi+\beta)^{r_1} + \right. \\
+ \dfrac{\beta^{r_1-2}[r_3 r_4 + 3(r_1+1)]}{(r_4-r_2)(r_3-r_2)(r_1-r_2)}(\xi+\beta)^{r_2} + \dfrac{\beta^{r_4-2}[r_1 r_2 + 3(r_4+1)]}{(r_4-r_3)(r_2-r_3)(r_1-r_3)}(\xi+\beta)^{r_3} + \\
\left. + \dfrac{\beta^{r_3-2}[r_1 r_2 + 3(r_3+1)]}{(r_3-r_4)(r_2-r_4)(r_1-r_4)}(\xi+\beta)^{r_4}\right\}, \\
f_3(\alpha;\beta;\xi+\beta) = -\left[\dfrac{\beta^{r_3-1} r_2}{(r_4-r_1)(r_3-r_1)(r_2-r_1)}(\xi+\beta)^{r_1} + \right. \\
+ \dfrac{\beta^{r_1-1} r_1}{(r_4-r_2)(r_3-r_2)(r_1-r_2)}(\xi+\beta)^{r_2} + \dfrac{\beta^{r_4-1} r_4}{(r_4-r_3)(r_2-r_3)(r_1-r_3)}(\xi+\beta)^{r_3} + \\
\left. + \dfrac{\beta^{r_3-1} r_3}{(r_3-r_4)(r_2-r_4)(r_1-r_4)}(\xi+\beta)^{r_4}\right], \\
f_4(\alpha;\beta;\xi+\beta) = \dfrac{\beta^{r_3}}{(r_4-r_1)(r_3-r_1)(r_2-r_1)}(\xi+\beta)^{r_1} + \\
+ \dfrac{\beta^{r_1}}{(r_4-r_2)(r_3-r_2)(r_1-r_2)}(\xi+\beta)^{r_2} + \dfrac{\beta^{r_4}}{(r_4-r_3)(r_2-r_3)(r_1-r_3)}(\xi+\beta)^{r_3} + \\
+ \dfrac{\beta^{r_3}}{(r_3-r_4)(r_2-r_4)(r_1-r_4)}(\xi+\beta)^{r_4}.
\end{cases}
$$

Funcțiile f_i, $(i = 1,...,4)$, și derivatele lor pot fi tabelate în funcție de cele trei argumente de care depind : α, β și ξ.

4. Forma funcției de încărcare pentru sarcini uzuale

Folosind relația (10) se poate stabili forma funcției de încărcare $\Phi(\xi)$ pentru forța concentrată, momentul concentrat și sarcina uniform distribuită, aplicate pe grindă.

a) *Forța concentrată.* Dacă grinda este încărcată cu o forță concentrată P, aplicată în punctul de abscisă $x=a$ (fig. 1), atunci intensitatea de sarcină este $q(x) = P\delta(x - a)$, sau în abscisă redusă,

$$q(\xi) = P\delta(\xi l - a), \tag{16}$$

unde δ reprezintă funcția D i r a c.

Ținînd seama că această funcție satisface relația

$$\delta(\alpha x + \beta) = \frac{1}{|\alpha|}\delta\left(x + \frac{\beta}{\alpha}\right), \tag{17}$$

rezultă că (16) devine :

$$q(\xi) = \frac{P}{l}\delta(\xi - a'), \tag{18}$$

unde $a' = a/l$ reprezintă abscisa redusă a punctului de aplicație a sarcinii. Introducînd (17) în (10) și ținînd seama că funcția D i r a c satisface relația :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t - a)\,dt = f(a), \tag{19}$$

se obține pentru funcția de încărcare expresia :

$$\begin{aligned}\Phi(\alpha\,;\,\beta+a'\,;\,\xi+\beta) = {} & \frac{Pl^3}{EI} - \frac{(a'+\beta)^{r_2}}{(r_4-r_1)(r_3-r_1)(r_2-r_1)}(\xi+\beta)^{r_1} - \\ & - \frac{(a'+\beta)^{r_1}}{(r_4-r_2)(r_3-r_2)(r_1-r_2)}(\xi+\beta)^{r_2} - \frac{(a'+\beta)^{r_4}}{(r_4-r_3)(r_2-r_3)(r_1-r_3)}(\xi+\beta)^{r_3} - \\ & - \frac{(a'+\beta)^{r_3}}{(r_3-r_4)(r_2-r_4)(r_1-r_4)}(\xi+\beta)^{r_4}.\end{aligned} \tag{20}$$

Se observă că pentru $a' = 0$, adică în cazul în care forța P se aplică în origine, din relația (20) se obține funcția $f_4(\alpha\,;\,\beta\,;\,\xi+\beta)$ care corespunde lui T_0.

b) *Moment concentrat.* Dacă bara este încărcată cu un moment concentrat M, aplicat în punctul de abscisă $x = b$ (fig. 1), atunci intensitatea de sarcină este $q(x) = -M\dfrac{d}{dx}[\delta(x - b)]$, sau în abscisă redusă

$$q(\xi) = -\frac{M}{l^2}\delta'(\xi - b'), \tag{21}$$

unde $b' = b/l$ reprezintă abscisa redusă a punctului de aplicație a momentului. Introducînd (21) în (10) și ținînd seama că derivata funcției D i r a c satisface relația :

$$(22) \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\delta'(t-a)\,dt = -f'(a)$$

se obține pentru funcția de încărcare expresia:

$$\Phi(\alpha;\beta+b';\xi+\beta) = \frac{Ml^2}{EI}\Bigg[-\frac{r_2(b'+\beta)^{r_2-1}}{(r_4-r_1)(r_3-r_1)(r_2-r_1)}(\xi+\beta)^{r_1}-$$

$$(23) \quad -\frac{r_1(b'+\beta)^{r_1-1}}{(r_4-r_2)(r_3-r_2)(r_1-r_2)}(\xi+\beta)^{r_2}-\frac{r_4(b'+\beta)^{r_4-1}}{(r_4-r_3)(r_2-r_3)(r_1-r_3)}(\xi+\beta)^{r_3}-$$

$$-\frac{r_3(b'+\beta)^{r_3-1}}{(r_3-r_4)(r_2-r_4)(r_1-r_4)}(\xi+\beta)^{r_4}.$$

Se observă că pentru $b'=0$, deci atunci cînd momentul M se aplică în origine, din relația (23) se obține funcția $f_3(\alpha;\beta;\xi+\beta)$ corespunzătoare momentului M_0.

c) *Sarcină uniform distribuită.* Dacă grinda este încărcată cu o sarcină uniform distribuită, de intensitate q, pe intervalul $c_1 \leqslant x < c_2$ (fig. 1), atunci pe acest interval funcția de încărcare are forma:

$$\Phi(\alpha;\beta+c_1';\xi+\beta) = \frac{ql^4}{EI}\Bigg[-\frac{(\xi+\beta)^{r_3+1}-(c_1'+\beta)^{r_3+1}}{r_2(r_2-r_1)(r_3-r_1)(r_4-r_1)}(\xi+\beta)^{r_1}-$$

$$(24) \quad -\frac{(\xi+\beta)^{r_1+1}-(c_1'+\beta)^{r_1+1}}{r_1(r_1-r_2)(r_3-r_2)(r_4-r_2)}(\xi+\beta)^{r_2}-\frac{(\xi+\beta)^{r_4+1}-(c_1'+\beta)^{r_4+1}}{r_4(r_1-r_3)(r_2-r_3)(r_4-r_3)}(\xi+\beta)^{r_3}-$$

$$-\frac{(\xi+\beta)^{r_3+1}-(c_1'+\beta)^{r_3+1}}{r_3(r_1-r_4)(r_2-r_4)(r_3-r_4)}(\xi+\beta)^{r_4}\Bigg],$$

unde $c_1' = c_1/l$ reprezintă abscisa redusă a punctului de unde începe să acționeze sarcina.

Pentru $\xi > c_2' = c_2/l$, în funcția de încărcare (24) se substituie ξ de la numărători cu c_2', obținîndu-se funcția de încărcare pe intervalul care a depășit punctul final al aplicării sarcinii. În mod asemănător se procedează și pentru alte tipuri de sarcini.

Primită la 17 martie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mecanica construcțiilor

BIBLIOGRAFIE

1. Silion T., *Geologie, geotehnică și fundații.* Vol. III, Inst. polit., Iași, 1973.
2. Jerca Șt., *Les équations des paramètres initiaux pour la barre comprimée et fléchie dont la hauteur de la section transversale rectangulaire varie linéairement.* Bul. Inst. polit. Iași, XIX (XXIII), *1–2*, s. V (1973).
3. Stepanov V. V., *Curs de ecuații diferențiale*, (trad. din l. rusă). Ed. Tehn., Buc., 1955.
4. Teodorescu P. P., *Aplicații ale teoriei distribuțiilor în mecanică.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1970.

THE INITIAL PARAMETERS EQUATIONS FOR BEAMS SUPPORTED ON DEFORMABLE MEDIA WITH NONLINEAR ELASTIC BEHAVIOUR

(Summary)

The initial parameters equations for beams supported on deformable media are established by assuming the W i n k l e r hypotesis of interaction with variable settlement coefficient along the beams, in accordance with the low (1). The case of short beams with high bending stiffness and little variation of coefficient k between the beams ends is treated. The expressions of loading function are determined for the most common loads which appear in practice. The functions associated with initial parameters can be put in the form of tables, for various values of parameters α, β and ξ.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXII (XXVI), fasc. 3—4, 1976
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D. C. 627.8 : 550.3

VERTICAL GROUND MOTION COMPONENT CONSIDERED IN THE SEISMIC RESPONSE OF ROCKFILL DAMS

BY

HORIA BĂRBAT, VIRGIL BREABĂN and C. D. IONESCU

1. Introduction

The analysis of the response of dams considering the vertical component of the ground motion was made possible by the developement of the finite element method [1]. In the motion equations of the finite element assemblage which idealizes the dam cross section (Fig. 1), the vertical acceleration of the earthquake motion is included. The dam cross section is a nonhomogenous linear elastic continuum, and its analysis is performed as plane strain problem. For these assumptions the equations of motion are:

$$(1) \quad [M]\{D(t)\} + [C]\{D(t)\} + [K]\{D(t)\} = -\{M_h\}a_h(t) - \{M_v\}a_v(t),$$

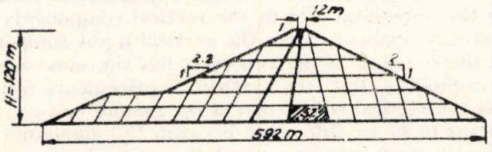


Fig. 1. — Dam cross section and finite element idealization.

where: $[M]$ is the lumped mass matrix of the structural assemblage, $[K]$—the stiffness matrix of the finite element system, $[C]$—the viscous damping ratios matrix,

$\{M_h\}^T = [M_1 \quad 0 \quad M_2 \quad 0 \ldots M_n \quad 0]$, $\{M_v\}^T = [0 \; M_1 \; 0 \; M_2 \ldots 0 \; M_n]$;

$a_h(t)$ and $a_v(t)$ are, respectively, the horizontal and the vertical component of the ground motion.

2. Earthquake Response

The mode superposition method was used in the paper to calculate the earthquake response. The transformation :

$$(2) \quad \{D(t)\} = [\Phi]\{\eta(t)\}$$

uncouples the equation of motion, the uncoupled equation in the mod (i) having the form :

$$\ddot{\eta}_i(t) + 2\nu_i\omega_i\dot{\eta}_i(t) + \omega_i^2\eta_i(t) = \frac{F_i^*(t)}{M_i^*}, \tag{3}$$

where: $[\Phi]$ is the matrix of natural mode shapes, $\{\eta_i(t)\}$ — the vector of generalized coordinates, ν_i — the damping ratio in the i-th mode, ω_i — the circular frequence in the i-th mode ;

$$F_i^* = -\{\Phi_i\}^T \{M_h\} a_h(t) - \{\Phi_i\}^T \{M_v\} a_v(t), \tag{4}$$

$$M_i^* = \{\Phi_i\}^T [M] \{\Phi_i\}. \tag{5}$$

Equation (3) is solved for $i=1, 2, ..., n$ by step by step integration. Once the generalized response $\eta_i(t)$ obtained, Eq. (2) gives the nodal displacements $\{D(t)\}$ and then the stresses $\{\sigma_e(t)\}$ for each element (e) are computed [2].

3. Numerical Results

The rockfill dam presented in the Fig. 1 has the following material properties : z o n e A : modulus of elasticity $E = 2\,000$ daN/cm², P o i s s o n's ratio $\mu = 0.35$, unit mass $\rho = 120$ Kg/m³ ; z o n e B : $E = 2\,000$ daN/cm², $\mu = 0{,}30$, $\rho = 190$ Kg/m³ ; z o n e C : $E = 2\,000$ daN/cm², $\mu = 0.35$, $\rho = 190$ Kg/m³. Five mode shapes were included in the response, the modal damping being 8% of critical damping. The response was computed on a finite element assemblage containing 58 elements and having 70 nodal points.

The North-West horizontal and vertical component of the T a f t (1952) accelerogram were used as input (Figs. 2 and 3). The time interval between the input accelerations ordinates was $\Delta t = 0.025$ sec and the response was computed with the same time increment.

Fig. 4 presents the horizontal and the vertical displacements in the nodal point *1*, when the dam is subjected to the horizontal and to the vertical components of the ground motion. The maximum horizontal displacement, when the vertical input component considered is only with 0.15% bigger, and the response in the two cases has the same aspect (0.15 sec difference between the maximum ordinates). But the vertical displacements response is quite different in the case of considering the vertical component of the ground motion ; the maximum response in this case is 74.5% bigger (3.46 sec difference between the maximum ordinates).

From Fig. 5 results the great influence which the vertical component of the accelerogram had on the acceleration response for the nodal point *1*. The maximum horizontal acceleration is with 7.92% smaller when the vertical component considered, but the maximum vertical acceleration response is with 55.8% bigger.

The influence of the vertical component upon the dynamic shear stresses are not important (Fig. 6). But the normal stresses σ_x and σ_y are strongly influenced by the vertical acceleration component, especially in the elements situated on the middle of the base. The influence decrease for elements away from this zone. In the Table 1 the maximum stresses for the two analysed cases are compared for the element *52*, an element strongly influenced by the vertical component of the earthquake.

Table 1

Maximum stresses daN/cm²	Horizontal component of the acceleration	Horizontal and vertical component of the acceleration	Difference %
σ_x	0.149	0.398	166.7
σ_y	0.292	0.685	134.8
τ_{xy}	1.024	1.088	6.2

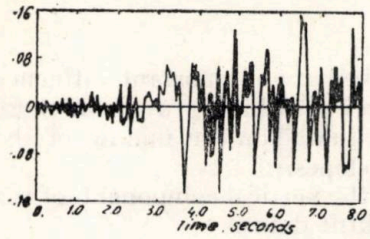


Fig. 2 — Northwest horizontal component of Taft 1952 accelerogram.

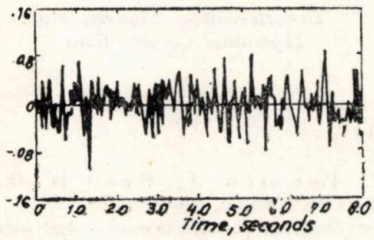


Fig. 3.—Vertical component of Taft 1952 accelerogram.

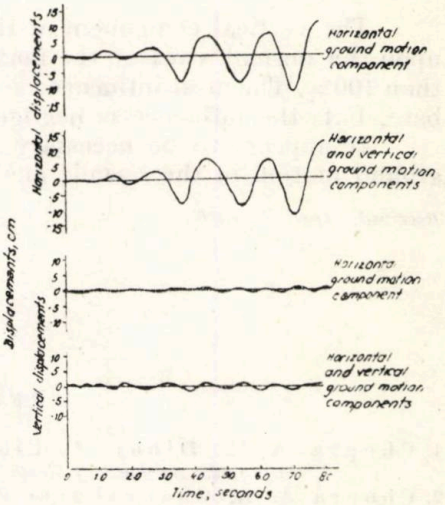


Fig. 4. — Displacement responses to horizontal and vertical components of Taft 1952 earthquake, nodal point *1*.

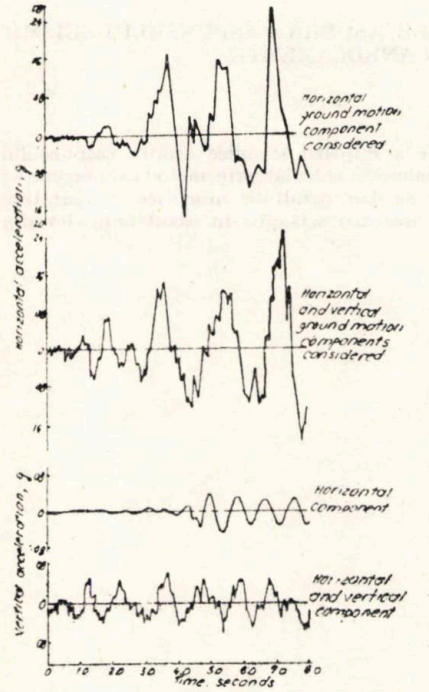


Fig. 5.—Acceleration responses to horizontal and vertical components of Taft 1952 earthquake—nodal point *1*.

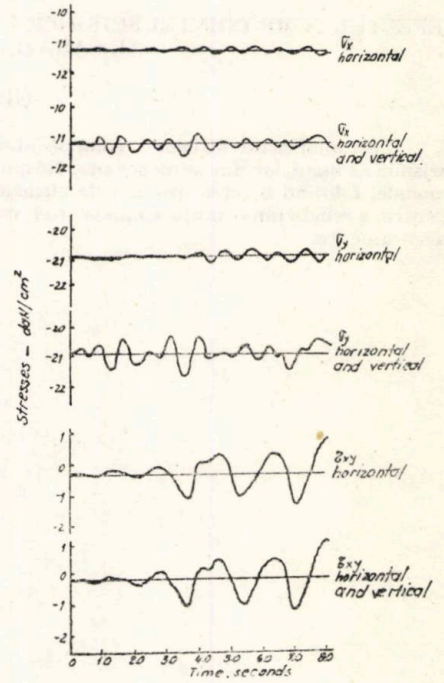


Fig. 6. — Stress responses to horizontal and vertical components of Taft 1952 earthquake—element *52*.

4. Conclusions

The vertical component of the earthquake has an important influence upon the normal stresses, the maximum values of which grow with more than 100%. The most influenced zone is that situated on the middle of the base, but the influence is negligible on the slopes.

It appears to be necessary to include the vertical component of the ground motion in the seismic analysis of rockfill dams.

Received, April 2, 1976

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Structural Mechanics
and
Departement of Concrete and
Hydraulic Constructions

REFERENCES

1. Chopra A. K., Dibaj M., Clough R. W., Penzien J., Seed H. B., *Earthquake Analysis of Earth Dams.* Proc. IV WCEE, Chile, 1969.
2. Chopra A. K. Chakrabarti P., *A Computer Program for Earthquake Analysis of Dams.* Report No. EERC - 705, September, 1970, Univ. of California, Berkeley, California, USA.

EFECTUL COMPONENȚEI SEISMICE VERTICALE ASUPRA RĂSPUNSULUI SEISMIC AL BARAJELOR DIN ANROCAMENTE

(Rezumat)

Se analizează influența componentei verticale a mișcării seismice asupra răspunsului seismic al barajelor din anrocamente. Răspunsul seismic este calculat prin metoda superpoziției modale, folosind o rețea discretă de elemente finite. Se dau rezultate numerice comparative pentru a reliefa importanța componentei verticale a mișcării seismice în cazul barajelor din anrocamente.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. K. 624.07 ; 624.2

OPTIMALE AUSLEGUNG DER HAUPTTRÄGER VON VERBUNDBRÜCKEN MIT LEICHTBETONFAHRBAHNPLATTE (II)

VON

RUDOLF MÜHLBÄCHER, C. D. IONESCU, DAN PRECUPANU und ANGHEL STANCIU

1. Bestimmung der Querschnittsabmessungen

In [2] wurde gezeigt wie man durch Vorberechnung die Querschnittskennwerte bestimmen kann. Ebenfalls durch Vorberechnung bestimmt man die Momente in beiden Phasen u.z. M^I — das Moment welches nur vom Stahlträger aufgenommen wird und M^{II} — das Moment welches vom Verbundträger aufgenommen wird :

$$M = M^I + M^{II} = M^{II}(\alpha + 1), \tag{1}$$

wobei

$$\alpha = \frac{M^I}{M^{II}}. \tag{2}$$

Gleichfalls kann man in der Phase II die Momente aus ständigen Lasten M_g^{II} und die Momente aus den Verkehrslasten M_p^{II} bestimmen :

$$M^{II} = M_g^{II} + M_p^{II}. \tag{3}$$

Es sind die zulässigen Stahlspannungen σ_{zul} und die Betongüte bekannt, sowie das Endkriechmaß $\bar{\varphi}_{el}$.

Man bestimmt die optimale Trägerhöhe mit :

$$h^* = \beta \sqrt[3]{W\lambda}. \tag{4}$$

Setzt man für λ einen Wert von 100 ... 150 ein [1], am Besten den Mittelwert 125, so erhält man :

$$h^* = 5\beta \sqrt[3]{W}. \tag{5}$$

In Abhängigkeit von α, erhält man aus Tafel 3 [2] die k - Werte, sodaß man den Stahlquerschnitt mit der Gleichung

$$A^* = k \frac{W}{h^*} \tag{6}$$

berechnen kann, sowie auch die Querschnittsanteile des Obergurtes, Untergurtes und des Steges :

$$(7) \qquad A_1 = \frac{k_1}{k} A^*, \qquad (8) \quad A_2 = \frac{k_2}{k} A^*, \qquad (9) \quad A_i = \frac{k_i}{k} A^*.$$

Bei der Querschnittsabmessungsbestimmung des Obergurtes muß man berücksichtigen, daß der Obergurt sich nicht ausbeult und nicht knickt. Laut den rumänischen Normen [5], [6] tritt das Beulen des Obergurtes nicht auf wenn :

$$(10) \qquad b_1 \leqslant 30\, t_1 \sqrt{\frac{2\,400}{\sigma_c}},$$

wobei : b_1 — Obergurtbreite, t_1 — Obergurtdicke, σ_c—die minimale Fließspannung des verwendeten Stahles in daN/cm² sind.

Laut deutschen Vorschriften [3], [4] ist es angemessen daß :

$$(11) \qquad t_1 \geqslant 10 \text{ mm} \qquad \text{und} \qquad (12) \quad \frac{b'}{t_1} \leqslant 10,$$

worin

$$(13) \qquad b' = \frac{b_1 - t_i}{2}$$

und t_i — Stegblechdicke ist.

Falls die Knickbedingung in Phase I nicht erfüllt ist, kann man Montageverbände vorsehen. In Phase II ist für Ortsbetonfahrbahnplatten das Knicken ausgeschlossen, aber für Fertigplatten ist es nötig daß der Abstand zwischen den Verbundankern (e) nicht größer als $40\, i_y$ sein soll, wobei i_y der Trägheitshalbmesser des Obergurtes in der Querebene darstellt [5], [6], also :

$$(14) \qquad e \leqslant 40\, i_y = 40 \sqrt{\frac{b_1^2}{12}}.$$

Man wählt vorzugsweise für den Obergurt ein Blech mit Normabmessungen, welches die Ungleichungen (10), (11), (12) und (14) erfüllt, und erhält die endgültigen Abmessungen des Obergurtes mit den korrigierten Querschnitt :

$$(15) \qquad A_{1\,cor} = b_1 t_1 \approx A_1.$$

Die Abmessungen des Untergurtes wählt man aus der Beulbedingung und bei Durchlaufträgern aus der Knickbedingung im Auflagerbereich. Die Beulbedingung laut [5], [6] ist :

$$(16) \qquad b_2 \leqslant 30\, t_2 \sqrt{\frac{2\,400}{\sigma_c}},$$

worin : b_2 — Untergurtbreite und t_2 — Untergurtdicke sind.

Nach [1] wird für die Bestimmung der Untergurtbreite eine Gleichung der Form :

(17) $$b_2 = 4{,}74\,\lambda^{1/2}\,h^{3/4}$$

vorgeschlagen.

Man wählt auch für den Untergurt Normabmessungen und erhält so den korrigierten Untergurtquerschnitt :

(18) $$A_{2\,cor} = b_2 t_2 \approx A_2.$$

Für die Stegblechabmessungen geht man folgendermassen vor. Man wählt die Stegblechhöhe (h_i) annähernd gleich der optimalen Trägerhöhe falls genügend Bauhöhe zu Verfügung steht und bis 0,8 der optimalen Trägerhöhe bei kleiner Bauhöhe :

(19) $h_i \approx h^*$ oder (20) $h_i = (0{,}8 \ldots 0{,}9)\,h^*$.

Es ist angeraten die Stegblechdicke (t_i) laut [1] mit der Formel :

(21) $$t_i = (0{,}07 \ldots 0{,}09)\sqrt{h_i}$$

zu bestimmen, wobei der Wert 0,07 für Hoch- und Industriebauten ohne dynamische Belastung und der Wert 0,09 für Industriebauten mit dynamischer Belastung und für Brücken gilt.

Die Mindeststegblechdicken sind für Hoch- und Industriebauten :

(22) $$t_i \geqslant 6 \text{ mm}$$

und für Brücken

(23) $$t_i \geqslant 8 \text{ mm}.$$

Bei sehr korrosionsgefährdeten Bauten aus normalen Stählen kann ein Zuschlag von 1 ... 2 mm der Stegblechdicke erfolgen, der aber für den Spannungsnachweis nicht berücksichtigt wird.

Zuletzt erhält man also den korrigierten Stegquerschnitt:

(24) $$A_{i\,cor} = h_i t_i \approx A_i.$$

Die Dicke der vorgefertigten Leichtbetonfahrbahnplatte wird folgendermassen bestimmt. Man berechnet n_p mit der Gleichung (32) aus [2], man bestimmt k_p in Abhängigkeit von k_b und α aus Tafel 4 [2] und bestimmt dann die Plattendicke mit :

(25) $$h_p = k_p \sqrt{A_{cor}},$$

wobei

(26) $$A_{cor} = A_{1\,cor} + A_{2\,cor} + A_{i\,cor}.$$

Die Plattendicke wird auf Zentimetermaß abgerundet. Anschliessend bestimmt man die mittragende Plattenbreite :

(27) $$b = b_1 + 2 \,.\, 3{,}5\, h_p$$

und den Betonquerschnitt :

(28) $$A_b = h_p b.$$

Mit den so bestimmten Querschnittsabmessungen wird anschliessend der Spannungsnachweis in beiden Phasen, und eventuelle Korrekturen der Querschnittsabmessungen ausgeführt.

2. Programm für automatische Rechenanlagen

Es wurde ein Rechenprogramm in FORTRAN 4 und FORTRAN 3 zusammengestellt, welches für die Rechenanlage FELIX C-256 und CONTROL DATA gültig ist.

2.1. Eingabedaten

a) Es werden die Koeffizienten k, k_1, k_2, k_i und β eingegeben, die von der Rechenanlage auf Grund von α gewählt werden.

b) Es werden die Werte n, $n\varphi$ für alle Betongüten und für verschiedene Endkriechmasse eingegeben.

c) Es erfolgt die Eingabe der Beton und Stahlkennwerte.

Alle diese Daten befinden sich im Informationsspeicher der Rechenanlage.

Für die Ausführung der praktischen Berechnungen ist es nötig drei Steuerkartellen mit folgenden Daten einzugeben :

1. Kartelle — Betongütekennzahl, Belastungsfall und Endkriechmaß ;
2. Kartelle — zulässige Stahlspannung und Fließspannung ;
3. Kartelle — Momente u.z. : M^I, M^{II}, M_g^{II} und M_p^{II}.

2.2. Rechenablauf und Datenausgabe

In Abhängigkeit von den Momenten berechnet die Anlage die optimale Höhe, darauf die Querschnittsabmessungen und bringt den Spannungsnachweis in beiden Phasen. In Abhängigkeit von dem Verhältnis der maximalen Stahlspannung und der zulässigen Spannung $C = \sigma_{max}/\sigma_{zul}$ werden die Daten ausgeschrieben wenn $C = 0{,}95 \ldots 1{,}03$ oder die Querschnittswerte mit $\sqrt{C}$ korrigiert wenn C nicht in diesem Bereich liegt, bis C sich in vorgegebenen Bereich eingliedert. Die Werte werden für neun Höhen von $h^* \pm \pm 0{,}20\ h^*$ in Stufen von $0{,}05\ h^*$ berechnet. Es werden die Spannungen aus beiden Phasen, die Querschnittsabmessungen und der totale Stahlquerschnitt ausgeschrieben, sodaß man sofort durch Vergleich der erhaltenen Querschnitte den optimalen Querschnitt ablesen kann.

Falls anschliessend Korrekturen der Momente nötig sind werden die modifizierten Daten eingegeben und man erhält die endgültigen Abmessungen.

3. Berechnungsbeispiele

Aus 30 Berechnungsbeispielen für Betongüte B 300, für Lastfall H, für Endkriechmaß 2, für Stahlgüte OL 37 - 3 mit $\sigma_{zul} = 1\,600$ daN/cm² und $\sigma_c = 2\,400$ daN/cm², für $\alpha = 0{,}1$; 0,3 ; 0,5, für $M = 100$; 400 ; 900 ; 1 600 ; 2 500 ; 3 600 ; 4 900 ; 6 400 ; 8 100 und 10 000 KNm und $M_g^{II} = 0{,}2\ M^{II}$ konnte man beispielsweise die totalen Querschnitte in Abhängigkeit der Steghöhe (Abb. 1), die optimale Stegblechhöhe in Abhängigkeit der totalen Momente (Abb. 2)

und die optimalen Querschnitte in Abhängigkeit der totalen Momente (Abb. 3) berechnen und aufzeichnen.

Da die Querschnittsabmessungen von der Rechenanlage abgerundet wurden erhielt man nicht 270 sondern nur 153 verschiedene Querschnitte.

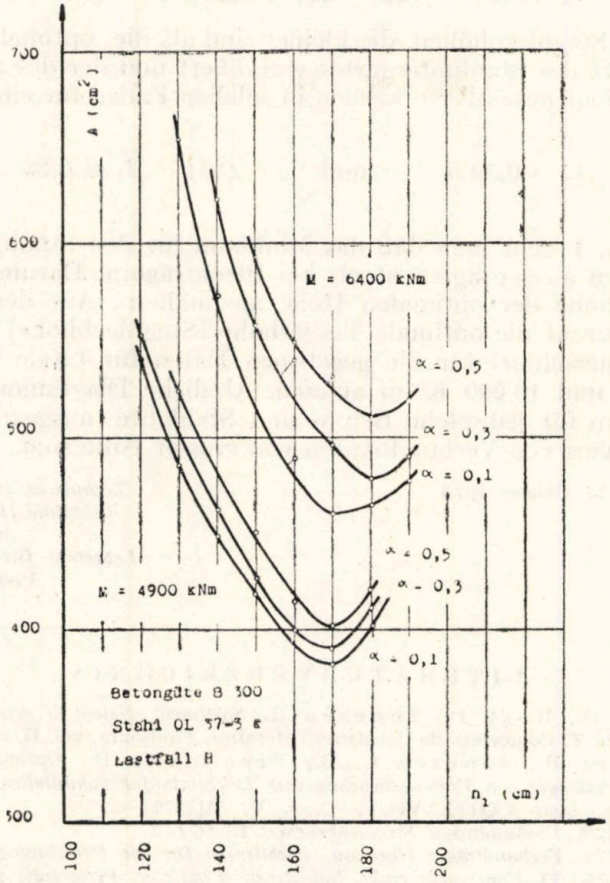


Abb. 1. — Stahlquerschnitte in Abhängigkeit der Stegblechhöhe.

Die mit unterbrochener Linie ausgezogenen Kurven aus Abb. 2 und 3 entsprechen der optimalen Höhe laut:

(29) $$h^* = 5 \sqrt[3]{W}$$

und dem optimalen Querschnitt laut

(30) $$A^* = k \frac{W}{h^*},$$

für $k = 2{,}2$.

4. Schlußfolgerungen

Die erhaltene Materialverteilung der optimalen Querschnitte ist den Werten

(31) $A_1 = 0{,}12\,A^*$, (32) $A_2 = 0{,}40\,A^*$, (33) $A_i = 0{,}48\,A^*$

sehr nah. Für Stegblechhöhen, die kleiner sind als die optimale Höhe, muß der Querschnitt des Stahluntergurtes vergrößert und der des Steges verkleinert werden. Sehr gute Werte werden in solchen Fällen für eine Materialverteilung von :

(34) $A_2 = 0{,}50\,A$ und (35) $A_i = 0{,}38\,A$

erhalten.

Aus Abb. 1 sieht man daß das Minimum für den Stahlquerschnitt bei Verbundträgern ausgeprägter ist als bei Blechträgern. Darum ist es ratsam die Stegblechhöhe der optimalen Höhe anzunähern. Aus den Abb. 2 und 3 kann man direkt die optimale Trägerhöhe (Stegblechhöhe) und den optimalen Stahlquerschnitt für die gegebenen Daten für totale Biegemomente zwischen 100 und 10 000 KNm ablesen. Ähnliche Diagramme können mit dem Programm für jedwelche Beton- und Stahlgüte ausgearbeitet werden, die beim Entwurf von Verbundbauten von grosser Hilfe sind.

Eingegangen am 24. Oktober 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Baumechanik
und
Lehrstuhl für Gründungen und Verkehrswege

LITERATURVERZEICHNIS

1. Mateescu D., Roşu D., Ionescu R., *Sortiment eficient de grinzi metalice sudate dublu T.* Conferinţa de Construcţii Metalice, Timişoara, vol. II, 904 (1973).
2. Mühlbächer R., Ionescu C. D., Precupanu D., *Optimale Auslegung der Hauptträger von Verbundbrücken mit Leichtbetonfahrbahnplatten (I).* Bul. Inst. polit. Iaşi, XXII (XXVI), *1—2*, s. V, 51(1976).
3. * * * DIN 1 078, *Verbundträger Strassenbrücken*, Blatt *1, 2.*
4. * * * DIN 4 239, *Verbundträger Hochbau, Richtlinien für die Berechnung und Ausbildung.*
5. * * * STAS 763-1/71, *Construcţii civile, industriale şi agricole. Prescripţii pentru proiectarea construcţiilor metalice.*
6. * * * STAS 1 911-75, *Poduri metalice de cale ferată.*

ALCĂTUIREA OPTIMĂ A GRINZILOR PRINCIPALE A PODURILOR MIXTE CU DALĂ CAROSABILĂ DIN BETON UŞOR (II)

(Rezumat)

Se prezintă calculul practic de dimensionare a grinzilor mixte oţel-beton cu dale prefabricate din beton uşor, iar pe baza unui set de exemple de calcul, rezolvate la calculatorul FELIX C-256, se dau indicaţii pentru determinarea optimă a repartiţiei materialului metalic la astfel de structuri, în vederea obţinerii unor soluţii eficiente şi reducerii iteraţiilor de calcul.

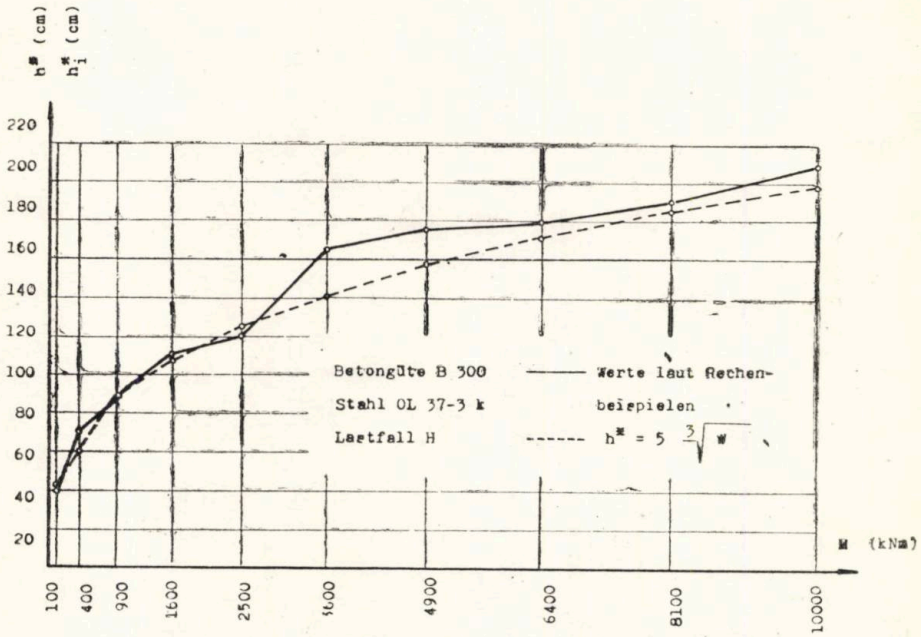


Abb. 2. — Optimale Stegblechhöhe in Abhängigkeit der totalen Momente.

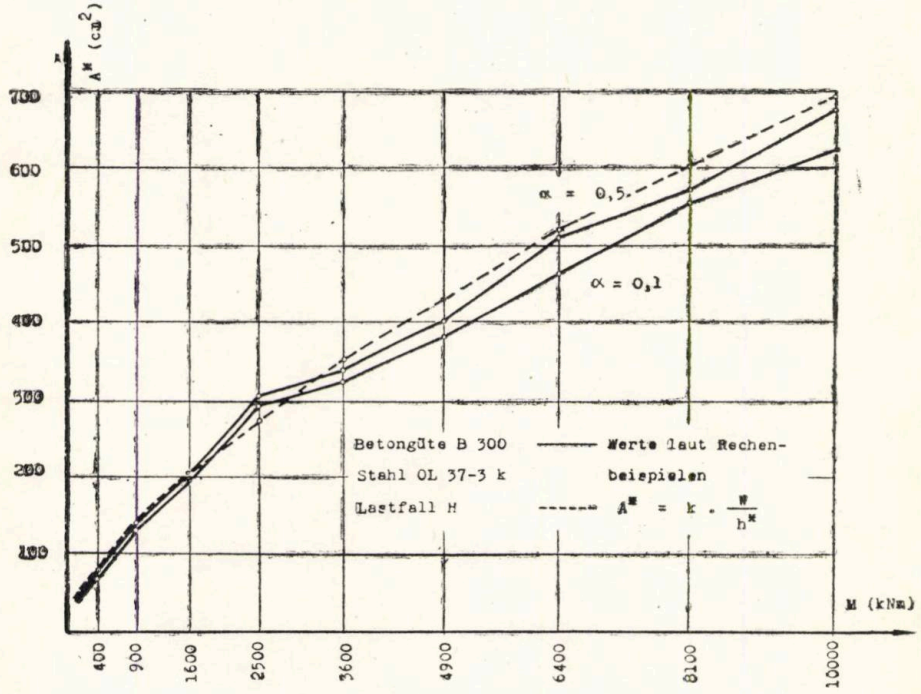


Abb. 3. — Optimale Stahlquerschnitte in Abhängigkeit der totalen Momente.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 627.8 : 624.1

CONTRIBUȚII LA CALCULUL STABILITĂȚII BARAJELOR DE PĂMÎNT ȚINÎND SEAMA DE CONSOLIDAREA TERENULUI DE FUNDAȚIE (I)

DE

VICTOR ZAVATI și VIOREL MURGESCU

1. Introducere

Principalii factori care condiționează stabilitatea taluzelor barajelor de pămînt sînt natura pămîntului din rambleu și terenul de fundație precum și prezența apei și modul în care se exercită acțiunea acesteia.

Rezistența la tăiere, definită ca efortul maxim cu care se opune pămîntul la tendința de forfecare, constituie pentru calculele de stabilitate cea mai importantă caracteristică a pămîntului.

Din punct de vedere al stabilității rambleelor de pămînt acțiunea apei se poate manifesta sub formă de presiune hidrostatică, presiune hidrodinamică și presiune în exces, avînd ca efect micșorarea eforturilor efective și deci a rezistenței la tăiere a pămîntului.

În perioada construirii barajelor de pămînt, pe măsura creșterii suprasarcinii din greutatea proprie, în terenul de fundație și în straturile inferioare ale rambleului se produc modificări de volum (fenomenul de consolidare) și ca urmare în aceste zone apare și se dezvoltă excesul de presiune în apa din pori.

Diverși cercetători au căutat să pună în evidență influența defavorabilă manifestată de creșterea presiunii apei din pori, în raport cu greutatea proprie, asupra stabilității generale a barajelor de pămînt și îndeosebi a celor fundate pe terenuri puternic compresibile (L a m b e [1], M a r g a s o n și S y m o n s [2] etc.).

Se constată existența unui domeniu relativ larg de variație a coeficientului de siguranță în raport cu factorul „presiunea apei din pori" și că neglijarea disipării acesteia în timpul execuției duce la supradimensionarea construcțiilor.

Acțiunea hidrodinamică în calculele de stabilitate se poate lua în considerare în diferite moduri în funcție de elementele cunoscute : spectrul hidrodinamic, spectrul de distribuție a presiunii apei din pori în timpul consolidării sau curba de depresie, admisă în metode de calcul simplificate.

În calculul stabilității barajelor de pămînt, cea mai precisă formă utilizată în proiectare pentru considerarea influenței apei constă în stabilirea unui coeficient (r_u) ce caracterizează presiunea apei din pori pentru fiecare tip de pămînt sau zonă a acestuia, definit de expresia $r_u = u/\gamma h$, în care : u — presiunea apei din pori, h — adîncimea punctului considerat din masiv. Acest mod de rezolvare se pretează îndeosebi la studiul barajelor fundate pe terenuri puternic compresibile. Calculul distribuției presiunii apei din pori în interiorul rambleului și a terenului de fundație este însă foarte laborios și, în plus, este necesar să se cunoască variația în timp a coeficientului presiunii apei din pori, în funcție de care se poate analiza îmbunătățirea în timp a condițiilor de stabilitate.

Avînd în vedere aceste necesități ale calculului barajelor de pămînt precum și faptul că metodele actuale nu sesizează în mod satisfăcător influența apei, s-a considerat util să se conceapă o metodă de lucru și să se elaboreze un pro-

gram de calcul la mașini electronice, care să permită stabilirea distribuției presiunii apei din pori în terenul de fundație, variația ei în timp și modul în care aceasta influențează condițiile de stabilitate.

2. Programul de calcul pentru studiul consolidării (CONSOL)

Principalul scop al acestui program îl constituie stabilirea unor date (distribuția presiunii apei din pori, evoluția acesteia în timp) necesare calculului stabilității. Aceste elemente sînt însă suficiente și pentru calculul tasării de consolidare primară a suprafeței terenului în diverse puncte sub baraj și a creșterii acesteia în timpul evoluției procesului de consolidare; ca urmare, programul a fost completat și cu partea de calcul a tasării.

2.1. Metoda folosită

Notațiile utilizate și definițiile diverșilor coeficienți, ce reprezintă date de bază sau rezultate obținute, sînt precizate în cele ce urmează.

a) *Coeficientul de consolidare*, [m²/sec, oră, zi, săptămînă, lună sau an, corespunzător cantității de timp aleasă pentru calcul], exprimat prin :

$$c_v = \frac{k}{m_v \gamma_w} = \frac{k(1+e)}{a_v \gamma_w}, \tag{2.1}$$

unde : k — coeficientul de permeabilitate, [m/unit. de timp]. m_v — coeficientul de compresibilitate volumică, [m²/t], γ_w — greutatea specifică a apei, [t/m³], e — indicele porilor, a_v — coeficientul de compresibilitate, [m²/t].

b) *Indicele porilor*, [adimensional] :

$$e = \frac{n}{100 - n}, \tag{2.2}$$

unde : n — porozitatea în procente.

c) *Coeficientul de compresibilitate volumică*, [m²/t] :

$$m_v = \frac{a_v}{1+e}. \tag{2.3}$$

d) *Tasarea de consolidare finală*, [m] :

$$S_f = m_v \sum u_0 \Delta y, \tag{2.4}$$

unde u_0 — presiunea apei din pori în exces inițială, dezvoltată imediat după aplicarea suprasarcinii reprezentată de barajul de pămînt sau de o parte din acesta realizat într-o anumită etapă.

Însumarea expresiei $\sum u_0 \Delta y$ se efectuează pe fiecare verticală, u_0 fiind presiunea apei din pori în diversele puncte ale unei rețele de diferențe finite construită pe întreg cuprinsul terenului de fundație iar Δy — pasul pe verticală al acestei rețele.

e) *Tasarea de la timpul t, la timpul* $t + \Delta t$, [m] :

$$S_{t+\Delta t} = m_v \sum (u_t - u_{t+\Delta t})\, \Delta y, \tag{2.5}$$

unde : u_t — presiunea apei din pori la timpul t.

f) *Gradul de consolidare la timpul t,* [adimensional] :

$$U_t = 1 - \frac{\sum u_t \Delta y}{\sum u_0 \Delta y}, \tag{2.6}$$

însumarea efectuîndu-se de asemenea pe verticală (se obţine cîte un grad de consolidare mediu pentru fiecare verticală).

g) *Coeficientul presiunii apei din pori,* [adimensional] :

$$r_u = \frac{u}{\sum \gamma h}, \tag{2.7}$$

unde : u — presiunea apei din pori în exces, iniţială (u_0) sau la un moment dat (u_t), într-un anumit nod al reţelei, γ — greutatea specifică aparentă a pămîntului, h — înălţimea deasupra punctului considerat pînă la suprafaţa liberă.

Presiunea apei din pori iniţială se calculează cu formula (D'A p p o l o n i a şi colaboratori [3]) :

$$u = \Delta\sigma_{oct} = \frac{1}{3}(\Delta\sigma_x + \Delta\sigma_y + \Delta\sigma_z), \tag{2.8}$$

unde $\Delta\sigma_{oct}$ — creşterea efortului normal octaedric.

Ecuaţia diferenţială care descrie fenomenul consolidării bidimensionale — cel mai potrivit mod de punere a problemei în cazul barajelor de pămînt la care una dintre dimensiuni, lungimea, poate fi considerată infinită în raport cu celelalte — este de forma :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right). \tag{2.9}$$

Metoda diferenţelor finite permite rezolvarea pas cu pas a acestei ecuaţii. Reţeaua de diferenţe finite este definită ca în fig. 1. Pentru transcrierea ecuaţiei în diferenţe finite se fac aproximaţiile :

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_{t+\Delta t} - u_t}{\Delta t}, \tag{2.10}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{u_2 - 2u_0 + u_4}{(\Delta x)^2}, \tag{2.11}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx \frac{u_1 - 2u_0 + u_3}{(\Delta y)^2}. \tag{2.12}$$

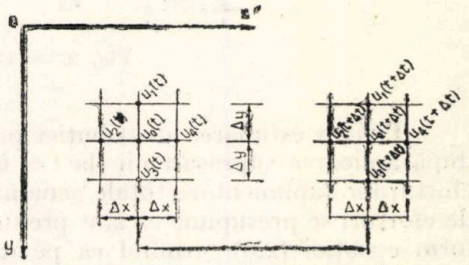


Fig. 1. — Reţeaua de diferenţe finite.

Introducînd (2.10) ... (2.12) în (2.9) rezultă :

$$(2.13) \qquad \frac{u_{t+\Delta t,0} - u_{t,0}}{\Delta t} = c_v \left[\frac{u_{t,2} + u_{t,4} - 2u_{t,0}}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{t,1} + u_{t,3} - 2u_{t,0}}{(\Delta y)^2} \right],$$

sau :

$$(2.14) \qquad u_{t+\Delta t,0} = u_{t,0} + c_v \Delta t \left[\frac{u_{t,2} + u_{t,4} - 2u_{t,0}}{(\Delta x)^2} + \frac{u_{t,1} + u_{t,3} - 2u_{t,0}}{(\Delta y)^2} \right].$$

Dacă pentru simplificare se consideră pașii rețelei egali pe orizontală și pe verticală, adică $\Delta x = \Delta y$, relația de mai sus se simplifică devenind :

$$(2.15) \qquad u_{t+\Delta t,0} = u_{t,0} + \frac{c_v \Delta t}{(\Delta y)^2} (u_{t,1} + u_{t,2} + u_{t,3} + u_{t,4} - 4u_{t,0}).$$

În relația (2.15), pentru asigurarea convergenței soluției, pașii rețelei și cel de timp trebuie astfel aleși încît să se respecte condiția :

$$(2.16) \qquad \frac{c_v \Delta t}{(\Delta y)^2} \leqslant \frac{1}{3}.$$

La limitele domeniului, în folosirea relațiilor (2.14) sau (2.15) trebuie să se țină seama de condițiile de margine rezultate din fig. 2.

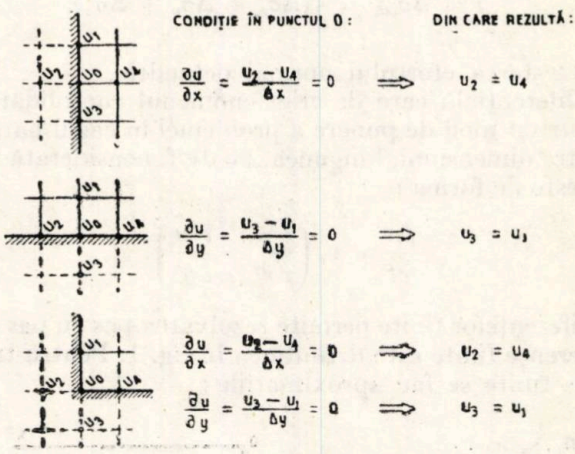


Fig. 2. — Condiții de margine.

Pentru estimarea distribuției presiunii apei din pori în exces, imediat după aplicarea suprasarcinii (la $t = 0$), este necesară cunoașterea repartiției eforturilor suplimentare totale generată de încărcarea la suprafață. Creșterile de eforturi se presupune că sînt preluate inițial integral de apa din pori, conform ecuației (2.8), urmînd ca pe măsura consolidării să fie transferate scheletului solid, sub forma unor creșteri de eforturi efective.

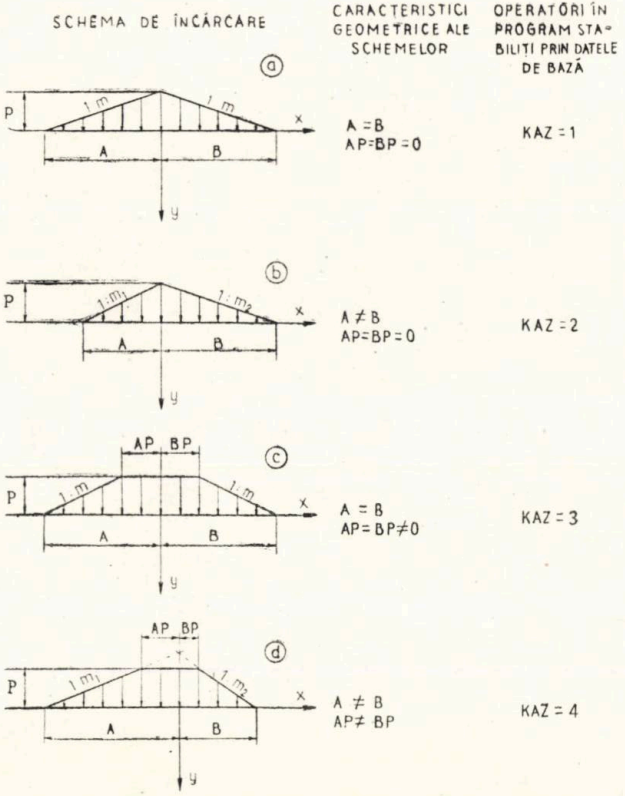


Fig. 3. — Cazuri de încărcare ideale admise în program.

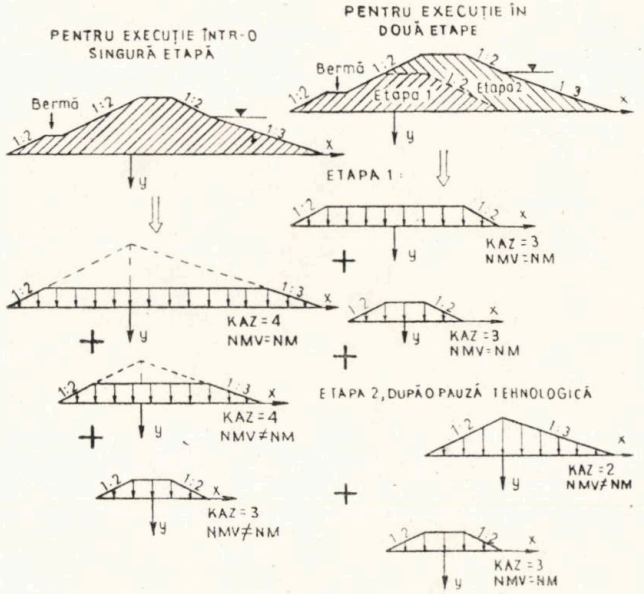


Fig. 4. — Aproximarea unui caz real prin suprapunerea unor cazuri de încărcare ideale.

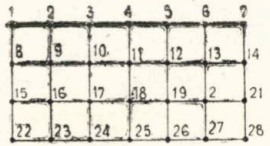


Fig. 5. — Numărătoarea nodurilor rețelei.

În cazul consolidării bidimensionale, distribuţia creşterilor eforturilor normale totale ($\Delta\sigma_x$, $\Delta\sigma_y$, $\Delta\sigma_z$) poate fi estimată după formulele şi tabelele publicate de G i r o u d [4] (1970), aplicabile pentru cîteva cazuri de încărcare ideală (fig. 3). Un caz de încărcare real poate fi în general aproximat (fig. 4) prin suprapunerea efectelor unor încărcări de tipul celor din fig. 3.

În tabelele întocmite de G i r o u d se dau valorile unor coeficienţi (S, $S2$, D, $D2$) în funcţie de poziţia punctului din teren faţă de originea axelor de coordonate, definită în programul propus prin parametrii :

(2.17) $YA = y/A$ sau y/B ; (2.18) AS sau $SA = x/A$ sau x/B.

Formulele de calcul sînt următoarele :

a) Pentru încărcarea triunghiulară simetrică :

(2.19) $\Delta\sigma_y = PS_{(x/A,\ y/A)}$, (2.20) $\Delta\sigma_x = PS2_{(x/A,\ y/A)}$.

b) Pentru încărcarea triunghiulară asimetrică :

(2.21) $$\Delta\sigma_y = P\,[D_{(x/A,\ y/A)} + D_{(-y/B,\ y/B)}]\,,$$

(2.22) $$\Delta\sigma_x = P[D2_{(x/A,\ y/A)} + D2_{(-x/B,\ y/B)}].$$

c) Pentru încărcarea trapezoidală simetrică :

(2.23) $$\Delta\sigma_y = \frac{P}{A - AP}\,[\,AS_{(x/A,\ y/A)} - APS_{(x/AP,\ y/AP)}]\,,$$

(2.24) $$\Delta\sigma_x = \frac{P}{A - AP}\,[AS2_{(x/A,\ y/A)} - APS2_{(x/AP,\ y/AP)}].$$

d) Pentru încărcarea trapezoidală asimetrică :

(2.25) $$\Delta\sigma_y = \frac{P}{A - AP}\,[\,A(D_{(x/A,\ y/A)} + D_{(-x/B,\ y/B)}) - AP\,(D_{(x/AP,\ y/AP} + D_{(-x/BP,\ y/BP)})]\,,$$

(2.26) $$\Delta\sigma_x = \frac{P}{A - AP}\,[\,A(D2_{(x/A,\ y/A)} + D2_{(-x/B,\ y/B)}) - AP\,(D2_{(x/AP,\ y/AP)} + D2_{(-x/BP,\ y/BP)})]\,.$$

Într-o notă viitoare se vor prezenta, în continuare : schema logică a programului CONSOL, structura programului, datele de bază, descrierea etapelor de lucru şi un exemplu de calcul.

3. Concluzii

Avantajele şi eficacitatea metodei de calcul propuse şi a programului CONSOL pot fi deduse din următoarele observaţii generale :

a) Prin stabilirea distribuţiei presiunii apei din pori este posibilă analiza stabilităţii cu metoda eforturilor efective care modelează mai corect fenomenul

fizic ce are loc în natură și permite să se țină seama de efectul pozitiv al consolidării parțiale a terenului chiar în timpul execuției.

b) Calculul valorii maxime a tasării, luînd în considerare configurația încărcării (profilul barajului), permite evitarea supraaprecierii tasării, inerentă calculului monodimensional, care admite încărcarea uniform distribuită.

c) Este posibilă alegerea unui grafic de execuție care, prin etapizarea construcției și prevederea unor pauze tehnologice, permite îmbunătățirea condițiilor de stabilitate în diverse momente ale existenței barajului și astfel asigură evitarea supradimensionărilor. Se apreciază că în acest mod se pot realiza economii importante prin reducerea la minimum necesar a umpluturilor menite să compensezee efectul tasării.

Primită la 1 iulie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de beton armat
și construcții hidrotehnice
și
Catedra de matematici

BIBLIOGRAFIE

1. Lambe J. W., *An Earth Dam for the Storage of Fuel Oil; its Design and Behaviour During Construction.* Proc. Second Panamerican Conf. S.M.F.E., Brasil, 2, 257–308 (1963).
2. Margason G., Symons I. F., *Use of Pore Pressure Measurements to Control Embankment Construction.* Proc. Seventh Int. Conf. on S.M.F.E., Mexico City, 2, 307–315 (1969).
3. D'Appolonia D. J., Lambe T. W., Poulos H. C., *Evaluation of Pore Pressures Beneath an Embankment.* Journ. S.M.F.D., Proc. A.S.C.E., 97, *SM 6*, 881–897 (1971).

CONTRIBUTIONS AU CALCUL DE LA STABILITÉ DES BARRAGES EN TERRE AYANT EN VUE LA STABILITÉ DU TERRAIN DE FONDATION (I)

(Résumé)

Dans les barrages en terre on constate l'existence d'un large domaine de variation du coefficient de sûreté à la stabilité par rapport avec la pression de l'eau des pores ; l'omission de la dissipation de celle-ci pendant l'exécution conduit au surdimensionnement des constructions.

On a conçu une méthode de travail et on a élaboré un programme de calcul aux machines électroniques, en langage Fortran IV, qui permettent l'établissement de la distribution de la pression de l'eau des pores dans le terain de fondation, sa variation en temps et la manière dont celle-ci influence les conditions de stabilité.

Dans cette première Note on présente les méthodes employées ; une Note subséquente contiendra : le schéma logique du programme CONSOL, la structure du programme et la description des étapes de calcul.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. Z. 627.8 ; 624.1

REDISTRIBUIREA TENSIUNILOR ÎN FUNDAŢIA BARAJELOR DE GREUTATE

DE

EMANOIL BÂRSAN

1. Introducere

Fundaţiile barajelor realizate pe terenuri stîncoase sînt socotite în calcul, de obicei, un continuum elastic. În realitate fundaţia este discontinuă şi comportarea este elasto-plastică [1], [2]. Ea constituie un sistem alcătuit din corpuri de roci, suprafeţe de separare (fisuri) şi intercalaţii de material. Ca urmare, dacă pentru corpul barajului se pot admite ipotezele elasticităţii liniare, pentru fundaţia lui aceste ipoteze reprezintă o simplificare care îndepărtează modelul de calcul de comportarea reală a masivului stîncos. Pentru determinarea stării de tensiune în corpul barajului şi în fundaţia sa se aplică metoda elementului finit, prezentată în mai multe lucrări şi în special în [4]. În cazul terenului de fundaţie forma generală a metodei elementului finit trebuie adaptată pentru a ţine seama de comportarea terenului. Lucrarea de faţă îşi propune acest scop.

2. Procedeul utilizat

Pentru terenul de fundaţie se acceptă ca fiind valabil criteriul de rupere Mohr-Coulomb [2], [3]. În cazul problemei plane, într-un sistem de coordonate $\sigma - \tau$, limita de rezistenţă a terenului este dată de dreapta Mohr-Coulomb care se defineşte prin $\operatorname{tg} \varphi$ (φ unghiul de frecare), coeziunea c şi rezistenţa la întindere p_t după cum se arată în [2]. Dacă rezistenţele locale sînt depăşite, atunci se admite că deformaţiile pot avea loc fără o creştere a tensiunii corespunzătoare. Prin urmare, legea tensiuni—deformaţii corespunzătoare este de tipul elasto-plastic, denumită şi biliniară. În mod natural depăşirea efortului într-un punct atrage după sine redistribuirea tensiunii în zonele vecine. De aici se naşte ideea unui proces iterativ pe al cărui parcurs cîmpul de tensiuni iniţial, inadmisibil, poate fi adus treptat, pas cu pas, prin redistribuirea mărimilor inadmisibile la regiunile vecine, să satisfacă în toate punctele discontinuumului proprietăţile de rezistenţă a terenului şi în felul acesta să se stabilească deformaţiile ireversibile.

Procesul de iterație se va desfășura în următorii pași :

1° Examinarea pe elemente (metoda elementului finit) a stării de tensiune în ceea ce privește admisibilitatea condițiilor limită (criteriul M o h r - C o u l o m b).

2° Reducerea pe elemente a stării de tensiune la o mărime care să satisfacă condițiile limită și stabilirea forțelor nodale de redistribuire fictive care restabilesc echilibrul pe element ca urmare a reducerii stării de tensiune de la cea inadmisibilă la cea admisibilă (diferență care furnizează deformația ireversibilă).

3° Redistribuirea surplusului de tensiuni de pe un element prin suprapunerea peste starea de tensiune admisibilă a unui cîmp de tensiune de corecție care se determină cu ajutorul forțelor nodale fictive de redistribuire.

3. Determinarea forțelor nodale fictive de redistribuire (fig. 1)

Din condiția geometrică de deformații rezultă :

$$|\varepsilon_D| = |\varepsilon_E| + |\Delta\varepsilon_N|, \tag{1}$$

unde : $|\varepsilon_D|$ — vectorul deformațiilor inadmisibile corespunzător vectorului de tensiuni inadmisibile pe un element $|\sigma_D|$, $|\varepsilon_E|$ — vectorul deformațiilor elastice corespunzător vectorului de tensiuni $|\sigma_E|$, $|\Delta\varepsilon_N|$ — vectorul deformației ireversibile corespunzător lui $|\Delta\sigma_N|$.

Multiplicînd la stînga cu $[D]$ (matricea de elasticitate a elementului) se obține :

$$[D]|\varepsilon_D| = [D]|\varepsilon_E| + [D]|\Delta\varepsilon_N|,$$

sau

$$|\sigma_D| = |\sigma_E| + [D]|\Delta\varepsilon_N|. \tag{2}$$

Relația (2) reprezintă un sistem de trei ecuații cu șase necunoscute — cele trei componente în plan ale stării de tensiune admisibile și cele trei componente ale deformației ireversibile. Sistemul se completează cu încă trei ecuații date de condițiile limită.

Formal, sistemul de ecuații se poate scrie sub forma :

$$[T]_{6\times 6}\,|N|_6 = |TT|_6, \tag{3}$$

în care :

$$[T]_{6\times 6} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ 0 & 1 & 0 & D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ 0 & 0 & 1 & D_{31} & D_{32} & D_{33} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} & T_{45} & T_{46} \\ T_{51} & T_{52} & T_{53} & T_{54} & T_{55} & T_{56} \\ T_{61} & T_{62} & T_{63} & T_{64} & T_{65} & T_{66} \end{vmatrix}, \tag{4}$$

$$(5) \qquad |N|_6 = \begin{vmatrix} \sigma_{Ex} \\ \sigma_{Ey} \\ \tau_{Exy} \\ \Delta\varepsilon_{Nx} \\ \Delta\varepsilon_{Ny} \\ \Delta\gamma_{Nxy} \end{vmatrix}, \qquad (6) \qquad |TT|_6 = \begin{vmatrix} \sigma_{Dx} \\ \sigma_{Dy} \\ \tau_{Dxy} \\ TT_4 \\ TT_5 \\ TT_6 \end{vmatrix}.$$

Stabilind vectorul $|N|_6$ se determină pentru un element vectorul

$$(7) \qquad |\Delta\sigma_N| = |\Delta\sigma_D| - |\Delta\sigma_E|.$$

Conform indicaţiilor din literatură [4], forţele nodale de redistribuire pentru un element e sînt date de expresia :

$$(8) \qquad |F|^e = S^e [B]^{Te} |\Delta\sigma_N|^e,$$

unde : $|F|^e$ — vectorul forţelor nodale de redistribuire, $[B]^{Te}$ — transpusa matricei de legătură între deformaţiile elementului şi deplasările nodale, $|\Delta\sigma_N|^e$ — vectorul tensiunilor în exces, peste limita de elasticitate, S^e — suprafaţa elementului e.

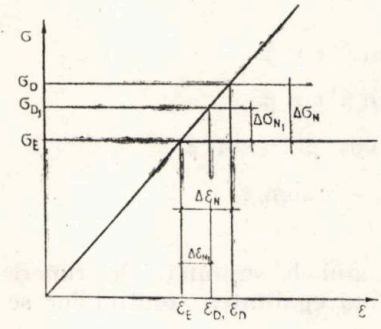


Fig. 1

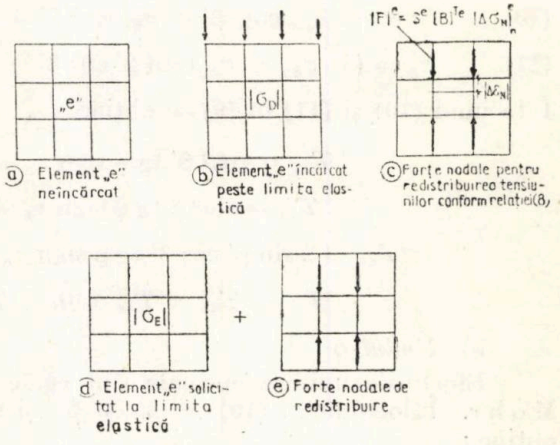


Fig. 2

Schema procesului de redistribuire, pentru un element, este dată în fig. 2. Procesul reprezentat în fig. 2 se continuă pentru toate elementele. Se obţine un cîmp de forţe nodale care va introduce în fiecare element deformaţii ireversibile de tipul $\Delta\varepsilon_{N_1}$ (fig. 1). Redistribuirea se consideră încheiată atunci cînd deformaţia ireversibilă este nulă.

4. Determinarea coeficienților ecuației (3)

Coeficienții de tipul D_{11},...,D_{33} se determină ca în [4].

La apariția unei fisuri, pentru $0° < \varphi < 90°$, se stabilesc ultimele trei rînduri ale ecuației (3) în modul următor:

a) *Rîndul 4 — condiția limită* (fig. 3)

$c = p_t \operatorname{tg} \varphi$, $\operatorname{sign} \tau_E = \pm 1$, se consideră $\operatorname{sign} \tau_E = 1$:

$$\tau_E + \sigma_E \operatorname{tg} \varphi \operatorname{sign} \tau_E = c \operatorname{sign} \tau_E . \tag{9}$$

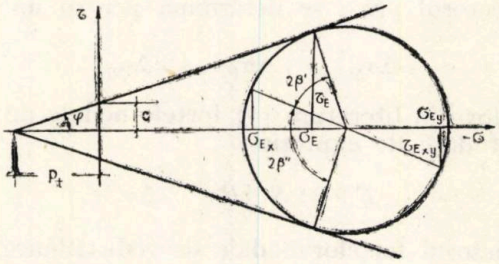


Fig. 3

După [2] rezultă

$$\sigma_E = \sigma_{Ex} \cos^2 \beta' + \sigma_{Ey} \sin^2 \beta' + 2\tau_{Exy} \sin \beta' \cos \beta' , \tag{10}$$

$$\tau_E = (-\sigma_{Ex} + \sigma_{Ey}) \sin \beta' \cos \beta' + \tau_{Exy} (\cos^2 \beta' - \sin^2 \beta'). \tag{11}$$

Înlocuind (10) și (11) în (9) se obține

$$T_{41} = \cos^2 \beta' \operatorname{tg} \varphi \operatorname{sign} \tau_E - \sin \beta' \cos \beta' ,$$

$$T_{42} = \sin^2 \beta \operatorname{tg} \varphi \operatorname{sign} \tau_E + \sin \beta' \cos \beta' ,$$

$$T_{43} = 2 \sin \beta' \cos \beta' \operatorname{tg} \varphi \operatorname{sign} \tau_E + \cos^2 \beta' - \sin^2 \beta' ,$$

$$T_{44} = T_{45} = T_{46} = 0, \qquad TT_4 = c \operatorname{sign} \tau_E .$$

b) *Rîndul 5*

Eforturile unitare normale sînt egale pe ambele suprafețe de rupere Mohr. Înlocuind în (10) pe β' cu β'' și scriind egalitatea tensiunilor se obține:

$$\sigma_{Ex} (\cos^2 \beta' - \cos^2 \beta'') + \sigma_{Ey} (\sin^2 \beta' - \sin^2 \beta'') +$$
$$+ \tau_{Exy} (2 \sin \beta' \cos \beta' - 2 \sin \beta'' \cos \beta'') = 0.$$

De aici se deduce:

$$T_{51} = \cos^2 \beta' - \cos^2 \beta'', \quad T_{52} = \sin^2 \beta' - \sin^2 \beta'',$$
$$T_{53} = 2 \sin \beta' \cos \beta' - 2 \sin \beta'' \cos \beta'', \quad T_{54} = T_{55} = T_{56} = TT_5 = 0.$$

c) *Rîndul 6*

În timpul fisurării nu au loc modificări de volum încît

$$\Delta\varepsilon_{Nx} + \Delta\varepsilon_{Ny} = 0.$$

Rezultă :

$$T_{61} = T_{62} = T_{63} = 0, \quad T_{64} = T_{65} = 1, \quad T_{66} = TT_6 = 0.$$

5. Concluzii

1. Considerarea fundaţiei stîncoase a unui baraj de greutate ca un continuum elastic reprezintă o ipoteză simplificatoare, diferită de comportarea reală de lucru.

2. La apariţia locală a unei fisuri, pe baza criteriului de rupere Mohr-Coulomb, se calculează forţele nodale fictive de redistribuire a tensiunilor în zonele învecinate.

3. Deoarece procesul natural de redistribuire conduce în final la o situaţie stabilă, un calcul iterativ, care urmăreşte acest proces, este propus.

4. Prin modul cum este imaginat acest proces (o „grefare" la metoda elementului finit pentru mediu continuu elastic), realizarea lui este posibilă automat la un calculator cifric.

Primită la 29 martie 1976

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de beton armat şi
construcţii hidrotehnice

BIBLIOGRAFIE

1. Gerecke W., *Experimentelle Erfahrungen über das felsmechanische Verhalten von Staumauerngründungen.* Wasserwirtschaft-Wassertechnik, *11*, 386–391 (1972).
2. Silion T., *Geologie, geotehnică şi fundaţii.* Vol. I, II, Inst. polit., Iaşi, 1971.
3. Wittke W., Semprich S., *3-D. Finite Elements for Foundations in Soil.* Proc. of the Eighth Intern. Conf. on Soil Mech. a. Foundation Eng., Moskow, 1.3, Aug., 1973.
4. Zienkiewicz O. C., *The Finite Element Method in Engineering Science.* Mc. Graw-Hill, London, 1971.

THE STRESS REDISTRIBUTION IN THE FOUNDATION OF GRAVITY DAMS

(Summary)

At the appearence of a local crack in the foundation of a gravity dam, as a result of Mohr-Coulomb failure criterion exceeding, the additional stresses may be redistributed to the neighbouring zones by an iterative process using a fictitious nodal force field.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.K. 624.1

BEMESSUNG FÜR HORIZONTALKRÄFTE DER GRÜNDUNGSGROßPHÄLE DIE MEHRERE ERDSCHICHTEN DURCHDRINGEN

VON

N. BENCHEA und ANGHEL STANCIU

1. Gründungen auf Großphälen

Zur Zeit sind die Gründungen auf Großphälen mit einem Durchmesser von $d \geqslant 60$ cm [7] sehr verbreitet, da sie ein modernes, kostensparendes und technisch effizientes Gründungsverfahren darstellen und mechanisch hergestellt werden können.

In unserem Lande werden die Gründungen auf Großphälen hauptsächlich für die Gründungen der Brücken (Abb. 1) und für die Verstärkung der Böschungen verwendet.

Die Herstellungstechnologie der Gründungen auf Großphälen durch die Verwendung der Bohrapparatur Benotto mit Wiederverwendung der Rohre für den Schutz des Bohrloches, die in dem Maschinenpark des Ministeriums für Transport und Fernmeldewesen enthalten sind, führt zum Erhalten hoher Kennzahlen der ökonomischen Effizienz.

Die Gründungen auf Großphälen benötigen komplexe Berechnungsverfahren, vor allem wenn die Großphäle mehrere Bodenschichten mit verschiedenen physischen und mechanischen Kennwerten durchdringen.

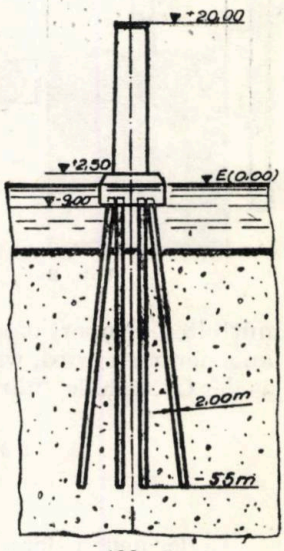


Abb. 1

2. Berechnung der Gründungen auf Großphälen

2.1. Aktuelle Berechnungsmethode

Zur Zeit wird die Berechnung der Gründungen auf Großphälen auf Grund folgender Annahmen gemacht:

a) Die Gründungsplatte am Phalkopf ist starr.

b) Die Großphäle sind im Boden eingespannt, laut der Winklerhypothese [1]...[4] mit der horizontalen Bettungsziffer (c_y) proportionell veränderlich mit der Tiefe :

$$c_y = mz, \tag{1}$$

wobei m ein Proportionalitätsfaktor ist.

c) Die Belastungen sind in einer Symetrieebene des Großphalsystems aufgebracht.

Die Berechnungen [5], [6] beinhalten zwei verschiedene Etappen : a) die Berechnung der Schnittkräfte an jedem Großphalkopf des Systems : M_0 — Biegemoment, H_0 — Querkraft, N_0 — Axialkraft ; b) die Berechnung der gleichen Schnittkräfte M_z, H_z, N_z entlang der Großphäle, in der Höhe z und der horizontalen Spannungen σ_y, die dem Boden übertragen werden, laut Abb. 2.

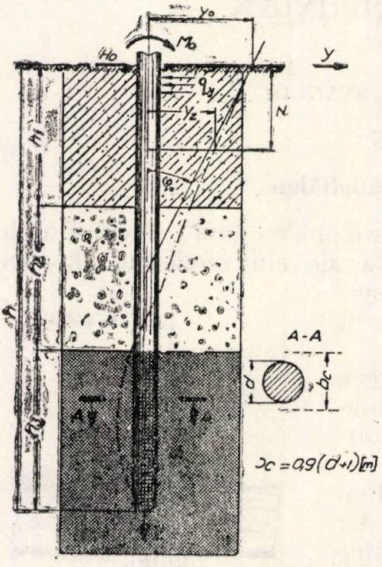


Abb. 2

Die Gleichnug der Biegelinie ist :

$$EI\frac{d^4y}{dz^4} = -q_y, \tag{2}$$

wobei q_y die Spannung in der Breite des Großphales in der Richtung der y-y Achse darstellt, u.z. :

$$q_y = \sigma_y b_c = c_y y_z b_c. \tag{3}$$

Nach der aktuellen Berechnungsmethode, obwohl jede Bodenschichte, h_i, längs des Großphales eine horizontale Bettungsziffer, c_y, aufweißt, die sich mit der Tiefe ändert, werden die Berechnungen mit einem gemittelten Proportionalitätsfaktor, m_p, gemacht, der konstant für die Höhe h angenommen wird, was zu Abweichungen bezüglich des wirklichen Verhaltens der Großphäle führt [5].

2.2. Vorgeschlagene Berechnungsmethode

a) *Prinzip der Methode*

In der neuen Berechungsmethode werden die obengenannten Hypothesen mit folgenden Abänderungen beibehalten : a) man verwändet die reale Bettungsziffer jeder Bodenschicht; b) der kontinuierliche Kontakt zwischen dem Großphal und dem Boden wird durch diskrete Pendel ersetzt mit unendlich großer Steifigkeit, die im Abstand c_i in der Höhe des Großphales angenommen werden (Abb. 3).

Die Berechnungsgenauigkeit hängt von der Pendelanzahl n ab und vergrößert sich mit deren Ansteigen. Dies führt zu einem größeren Rechenauf-

wand, da das erhaltene System $n-2$ mal statisch unbestimmt ist, wobei die statischen Unbestimmten die Auflagerkräfte der Pendel darstellen.

Die Lösung der Aufgabe kann mit Hilfe der Methode von J e m o t s c h k i n für elastisch gebettete Träger erfolgen.

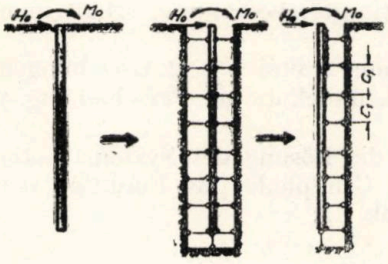


Abb. 3

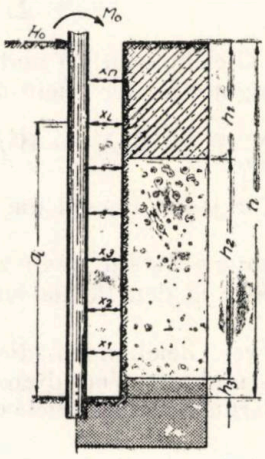


Abb. 4

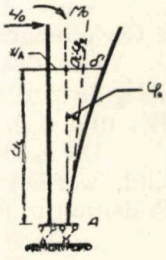


Abb. 5

b) *Statisches System und Bestimmung der Unbekannten*

Man nimmt den Großphal laut Abb. 4, auf Pendel gelagert nach dem Grundsystem Typ J e m o t s c h k i n an.

Unter dem Einfluß der Belastungen, da die Einspannung am Ende A elastisch ist, ist eine Verschiebung W_A und eine Drehung φ_A möglich (Abb. 5), die unbekannt sind.

Die Matrix der Unbekannten hat folgende Form :

$$X = \{X_1, X_2, \ldots, X_n, W_A, \varphi_A\}T. \tag{4}$$

Für die Berechnung der Unbekannten kann man die Kontinuitätsgleichungen schreiben, wobei die Verschiebungen Δ_i des Großphales unter dem Einfluß der äusseren Kräfte M_0, H_0 und X_i in der Richtung eines Pendels i mit den Verschiebungen des Bodens u_i unter dem Einfluß der Auflagerkraft X_i gleichzusetzen sind.

Es werden folgende Zeichen verwendet : δ_{i0} — elastische Verschiebung des Großphales in der Richtung des Pendels i, für das Grundsystem belastet mit den äusseren Kräften M_0 und H_0 ; δ'_{ij} — elastische Verschiebung des Großphales in der Richtung des Pendels i, für $X_i = 1$; δ''_{ij} — horizontale Verschiebung des Bodens in Richtung des Pendels i, für $X_j = 1$; laut W i n k l e r - Hypothese ist für $i = j$, $\delta''_{ij} = 0$; $a_i\varphi_A$ — elastische Verschiebung des Großphals in Richtung des Pendels i, für eine Drehung φ_A der Einspannung; W_A — Verschiebung in der Richtung der Pendel, gleich der Verschiebung der Einspannung.

Auf Grund dieser Zeichen folgt :

$$\Delta_i = \sum_{j=1}^{n} \delta'_{ij} X_i + \delta_{i0} - W_A - a_i \varphi_A , \tag{5}$$

$$u_i = \sum_{j=1}^{n} \delta''_{ij} . \tag{6}$$

Setzt man die Gleichungen (5) und (6) gleich, folgt die generelle Form der Konituitätsbedingung in der Richtung des Pendels i :

$$\sum_{j=1}^{n} (\delta'_{ij} - \delta''_{ij}) X_j - W_A - a_i \varphi_A = - \delta_{i0} . \tag{7}$$

Schreibt man für jeden Pendel die Kontinuitätsbedingung, erhält man n Gleichungen.

Um das Gleichungssystem lösen zu können sind $n + 2$ Gleichungen nötig (n Auflagerkräfte in den Pendel und die unbekannten Verschiebungen W_A und φ_A).

Die anderen zwei Gleichungen, die für die Lösung des Systems nötig sind, werden auf Grund des Verhaltens des Großphales als Funktion der Bodennatur folgendermassen geschrieben (Abb. 6) :

1° *Großphäle mit freier Spitze, in Schlammböden*

In diesem Fall sind M_A und H_A gleich Null, und es folgen die Gleichungen:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i a_i = M_0, \tag{8}$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = H_0 . \tag{9}$$

2°. *Großphäle mit der Spitze im Felsgrund eingespannt*

In diesem Fall kann man folgende Gleichungen schreiben :

$$\varphi_A = 0, \tag{10}$$

$$W_A = 0. \tag{11}$$

3° *Großphäle mit der Spitze elastisch eingespannt, in gewöhnlichen Böden*

Wenn man die Bezeichnungen laut Abb. 7 annimmt, dann kann für diesen Fall folgende Gleichgewichtsbedingungen geschrieben werden :

$$H_A \simeq 0, \tag{12}$$

$$M_A = \int_S dM_A - \int_S y \, dN_y = \int_S y . (-y) \varphi_A c_t \, dS = -\varphi_A c_t \int_S y^2 \, dS = -\varphi_A c_t I_t , \tag{13}$$

und nachher die Gleichungen :

$$\sum_{i=0}^{n} X_i = H_0 , \tag{14}$$

$$\sum_{i=0}^{n} X_i a_i + \varphi_A c_t I_t = M_0 . \tag{15}$$

b) *Berechnung der Verschiebungen*

Die Verschiebungen δ'_{ij} werden mit Hilfe der Methode von M o h r - M a x w e l l gefunden (Abb. 8).

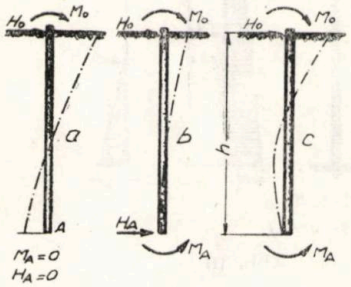


Abb. 6

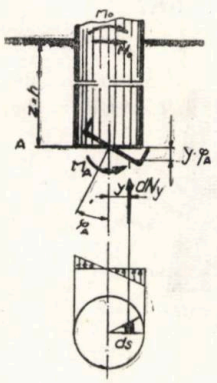


Abb. 7

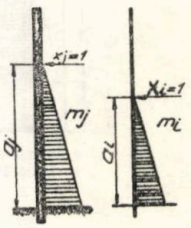


Abb. 8

Wenn man die Integrationsregel nach W e r e s c h t s c h i a g i n anwendet, so erhält man :

a) für $a_j \geqslant a_i$:

$$\delta'_{ij} = \frac{a_i^2(3a_j - a_i)}{6EI}; \tag{16}$$

b) für $a_j < a_i$:

$$\delta'_{ij} = \frac{a_j^2(3a_i - a_j)}{6\,EI}. \tag{17}$$

Die Verschiebung δ''_{ij} erhält man aus der W i n k l e r'schen Hypothese :

$$\delta''_{ij} = \frac{\sigma_{yi}}{c_y} = \frac{\sigma_{yi}}{mz}, \tag{18}$$

wobei :

$$\sigma_{yi} = \frac{1}{b_c\, c_1}$$

ist.

Die Änderung des Proportionalitätsfaktors m und des Bettungsfaktors c_y, wird laut Abb. 9 dargestellt.

Die Bettungsziffer jeder Bodenschichte, die in die Berechnugsgleichungen eingeht, wird mit Hilfe von folgender Gleichung berechnet :

$$c_i = m_k\,(h - a_i), \tag{19}$$

wobei m_k — der Proportionalitätsfaktor der Schichte k ist.

Es folgt :

$$\delta''_{ii} = \frac{1}{b_c c_1 m_k (h - a_i)}. \tag{20}$$

Die Verschiebungen δ_{i0} erhält man durch Integration der Diagramme aus Abb. 10 :

$$\delta_{i0} = \frac{1}{6EI} a_i^2 (3 H_0 h + 3 M_0 - H_0 a_i). \tag{21}$$

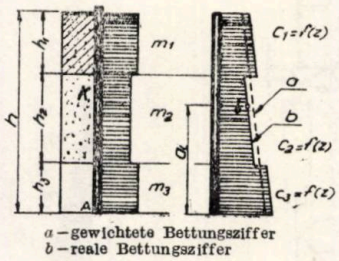


Abb. 9

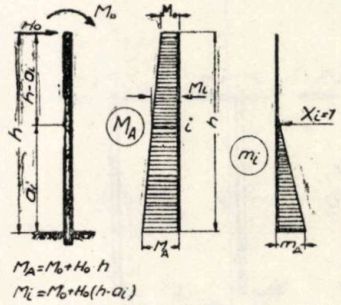


Abb. 10

d) *Bestimmung des kanonischen Gleichungssystems*

Für die Bestimmung der statischen Unbekannten, nimmt man die matrizielle Gleichung :

$$AX = B \tag{22}$$

an, wobei : A — die Matrix der Koeffizienten der Unbekannten, B — die Kollonnenmatrix der Unbekannten, X — die Kollonenmatrix der freien Gleider, darstellt.

Die generelle Form dieser Matrizen sind verschieden in Abhängigkeit von dem Verhalten der Grossphäle (Abb. 6).

F a l l *a*. Die Matrix hat folgende Form :

$$A = \begin{bmatrix} \delta'_{11}-\delta''_{11} & \delta'_{12} & \delta'_{13} & \dots & \delta'_{1j} & \dots & \delta'_{1n} & -1 & -a_1 \\ \delta'_{21} & \delta'_{22}-\delta''_{22} & \delta'_{23} & \dots & \delta'_{2j} & \dots & \delta'_{2n} & -1 & -a_2 \\ \delta'_{31} & \delta'_{32} & \delta'_{33}-\delta''_{33} & \dots & \delta'_{3j} & \dots & \delta'_{3n} & -1 & -a_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta'_{i1} & \delta'_{i2} & \delta'_{i3} & \dots & \delta'_{ii}-\delta''_{ii} & \dots & \delta'_{in} & -1 & -a_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta'_{n1} & \delta'_{n2} & \delta'_{n3} & \dots & \delta'_{nj} & \dots & \delta'_{nn}-\delta''_{nn} & -1 & -a_n \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_i & \dots & a_n & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \{X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad \dots \quad X_i \quad \dots \quad X_n \quad W_A \quad \varphi_A\}^T,$$

$$B = \{\delta_{10} \quad \delta_{20} \quad \delta_{30} \quad \dots \quad \delta_{i0} \quad \dots \quad \delta_{n0} \quad H_0 \quad M_0\}^T.$$

Man erhält den Wert der Unbekannten in folgender Form :

$$X = A^{-1}B. \tag{23}$$

F a l l *b*. Die Matrix hat folgende Form :

$$A = \begin{bmatrix} \delta'_{11}-\delta''_{11} & \delta'_{12} & \delta_{13} & \dots & \delta'_{ij} & \dots & \delta'_{1n} \\ \delta'_{21} & \delta'_{22}-\delta''_{22} & \delta'_{23} & \dots & \delta'_{2j} & \dots & \delta'_{2n} \\ \delta'_{31} & \delta'_{22} & \delta'_{33}-\delta''_{33} & \dots & \delta'_{3j} & \dots & \delta'_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta'_{i1} & \delta'_{12} & \delta'_{i3} & \dots & \delta'_{ii}-\delta''_{ii} & \dots & \delta'_{in} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta'_{n1} & \delta'_{n2} & \delta'_{n3} & \dots & \delta'_{nj} & \dots & \delta'_{nn}-\delta''_{nn} \end{bmatrix},$$

$$X = \{X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad \dots \quad X_i \quad \dots \quad X_n\}^T,$$

$$B = \{\delta_{10} \quad \delta_{20} \quad \delta_{30} \quad \dots \quad \delta_{i0} \quad \dots \quad \delta_{n0}\}^T.$$

F a l l *c*. Die Matrix hat folgende Form :

$$A = \begin{bmatrix} \delta'_{11}-\delta''_{11} & \delta'_{12} & \delta'_{13} & \dots & \delta_{1i} & \dots & \delta_{1n} & -1 & -a_1 \\ \delta'_{21} & \delta'_{22}-\delta''_{22} & \delta'_{23} & \dots & \delta_{2i} & \dots & \delta_{2n} & -1 & -a_2 \\ \delta'_{31} & \delta'_{32} & \delta'_{33}-\delta''_{33} & \dots & \delta_{3i} & \dots & \delta_{3n} & -1 & -a_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta'_{i1} & \delta'_{i2} & \delta'_{i3} & \dots & \delta'_{ii}-\delta''_{ii} & \dots & \delta_{in} & -1 & -a_i \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta'_{n1} & \delta'_{n2} & \delta'_{n3} & \dots & \delta_{ni} & \dots & \delta'_{nn}-\delta''_{nn} & -1 & -a_n \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_i & \dots & a_n & 0 & +c_tI_t \end{bmatrix},$$

$$X = \{X_1 \quad X_2 \quad X_3 \quad \dots \quad X_i \quad \dots \quad X_n \quad W_A \quad \varphi_A\}^T,$$

$$B = \{\delta_{10} \quad \delta_{20} \quad \delta_{30} \quad \dots \quad \delta_{i0} \quad \dots \quad \delta_{n0} \quad H_0 \quad M_0\}^T.$$

e) *Berechnung der Schnittkräfte* M_z, H_z *und* σ_{yi}

Wenn man Auflagerkräfte X_i in den Pendeln kennt, kann man die Spannungen in den verschiedenen Querschintten der Großphäle berechnen, unter Verwendung der statischen Gleichgewichtsbedingungen.

In Abb. 11 wird die Art des Erhaltens des Diagramme der horizontalen Spannungen, σ_{yi}, gezeigt, die für die ganze Höhe des Großphals kleiner sein müssen als die zulässigen Spannungen des Bodens.

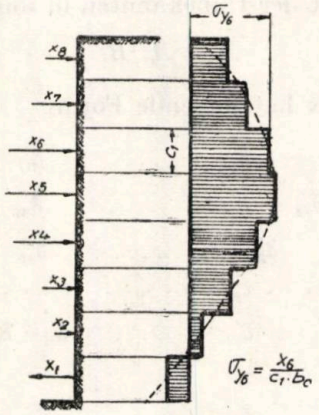


Abb. 11

3. Schlußfolgerungen

Die vorgeschlagene Methode für die Berechnung der Großphäle, die verschiedene Bodenschichten durchdringen, beseitigt die Hauptnachteile der aktuellen Berechnungsmethode.

Die Ausdrückung der Gleichungen in matrizieller Form ermöglicht das Automatisieren der Berechnungen und durch die Annahme einer genügend grossen Zahl von Pendeln erhält man eine benötigte Genauigkeit.

Eingegangen am 29. April 1976

Technische Hochschule, Jassy, Lehrstuhl für Gründungen und Verkehrswege

LITERATURVERZEICHNIS

1. Beleş A. A., Voinea P. R., *Rezistenţa materialelor.* Vol. II, Ed. Tehn., Buc., 1958.
2. Жемочкин Б. Н., Синицин А. П., *Практические методы расчета фундаментых балок и плит на упругом основании.* Изд. Госстрои, М., 1962.
3. Lehr H., *Fundaţii.* Vol. II, Ed. Tehn., Buc., 1957.
4. Silion T., *Geologie, geotehnică şi fundaţii.* Vol. III, Inst. polit., Iaşi, 1973.
5. Popa C., Băbeanu Th., *Fundaţii de adîncime pe coloane.* Ed. M. T. Tc., Centrul de documentare şi publicaţii tehnice, Buc., 1972.
6. Stănescu A., Teodorescu D., *Fundaţii pe coloane de diametru mare.* Rev. căilor ferate române, *6* (1971).
7. * * * STAS 2 561/4-74, *Piloţi foraţi de diametru mare.*

DIMENSIONAREA LA ACŢIUNEA FORŢELOR ORIZONTALE A COLOANELOR DE FUNDAŢIE, CE STRĂBAT MAI MULTE STRATURI DE PĂMÎNT

(Rezumat)

Se prezintă o metodă de calcul pentru dimensionarea fundaţiilor de coloane care străbat mai multe straturi de pămînt, avînd la bază aceleaşi ipoteze ca şi metodele actuale de calcul dar la care se consideră coeficientul de pat real al fiecărui strat de pămînt înlocuind contactul continuu dintre coloană şi pămînt printr-un contact discontinuu, prin intermediul unor pendule de rigiditate infinită. Relaţiile de calcul sînt prezentate sub formă matriceală iar prin considerarea unui număr suficient de mare de pendule se obţine exactitatea dorită, utilizîndu-se calculul automat.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. D. 624.01

LA DÉTERMINATION DE LA CAPACITÉ DE RÉSISTANCE DES ÉLÉMENTS PRÉCONTRAINTS SOUMIS AUX EFFORTS TRANCHANTS. PROPOSITIONS DE CALCUL

PAR

MARCEL PATRAŞ

1. Si, à propos des éléments en béton précontraint, on peut effectuer aujourd'hui un calcul très précis, au contraire, pour les éléments qui sont soumis aux efforts tranchants, les connaissances n'ont atteint pas encore un degré capable à permettre un calcul tout aussi exact. La détermination des relations pour le calcul de la capacité de résistance, des relations qui puissent exprimer le plus exactement possible le mode de comportement et qui permettent à apprécier rigureusement la sécurité des éléments soumis aux efforts tranchants importants a été et reste encore un problème extrèmement difficile. La difficulté est due à la multitude (plus que 20) et à la complexité des paramètres qui influencent le comportement et la résistance sous l'action des efforts tranchants, par exemple : la portée de l'effort tranchant (M/Qh), la quantité et la qualité de l'armature transversale, l'intensité de la précontrainte, le type, la qualité et le mode de distribution de l'armature longitudinale tendue, la forme et les dimensions de la section transversale, la résistance du béton, etc. La complexité du phénomène est prouvée aussi par le fait que d'habitude on appelle „perte de la capacité de résistance aux efforts tranchants" une notion qui représente des modes différents de rupture pendant que le mécanisme de rupture, à la suite des efforts tranchants, n'est pas assez bien défini. L'absence d'une théorie générale n'a pas freiné en mode spécial le calcul des éléments puisqu'on a adopté de divers schémas et relations de calcul, moins justifiés théoriquement, ayant un domaine limité d'application avec un grand nombre d'éléments demi-empiriques, le calcul étant toujours complété par des mesures constructives déstinées à assurer le degré de sécurité qui n'est pas suffisament exprimé par les relations respectives de calcul.

La méthode de calcul au tensions tangentielles de glissement (analogie avec la poutre en treillis) acceptée par certaines normes (DIN 4 227, Building Code ACI 318-63 , USA) conduit à des valeurs qui diffèrent essentiellement par rapport aux données expérimentales et ils ne concordent pas avec le comportement pratique parce que la rupture, en général, ne se produit pas comme suite de l'action des tensions tangentielles mais de celle des tensions de traction qui produisent des fissures inclinées. La généralisation de cette méthode, tenant compte aussi d'autres effets (la rigidité au fléchissement des bandes en béton, la collaboration du béton tendu entre les fissures, etc.) permet à apprecier plus correctement la capacité de résistance et implicitement à réduire la quantité d'armature.

La méthode de calcul des sections inclinées, adoptée par les divers normatifs étrangers [6], [7] et aussi par ceux roumains [5], exprime la capacité de résistance aux efforts tranchants à l'aide des relations ayant un fondement demi-empirique et assumant l'apport du béton et de l'armature transversale dans une fissure inclinée critique dont la position et l'inclinaison n'ont aucune justification physique, expérimentale. Quoique l'application de cette méthode conduit à un rapprochement des valeurs de calcul par rapport aux celles expérimentales, elle a un caractère accentué empirique, conventionnel, complété par une série de limitations et de vérifications supplémentaires qui mènent aux mesures constructives exagérées, qui sont en contradiction totale avec les tendances générales de l'économie.

La rupture par efforts tranchants est un phénomène complexe et la perte de la capacité portante a un caractère brusque, sans avertissement, ce qui détermine à poser, dans le calcul, la question d'assurer un degré élevé de sécurité. La conception actuelle est fondée sur la nécessité de calculer les éléments fléchis de telle sorte que la capacité portante minime soit atteinte tout d'abord dans la zone du moment fléchissant parce que les relations dont on dispose permettent une détermination assez précise de la capacité de résistance dans des zones pareilles. Au contraire, la capacité portante dans les zones où agissent en même temps, tant des efforts tranchants importants, que des moments fléchissants, dépend d'un grand nombre de paramètres aléatoires et donc, la détermination de la valeur minima, avec un certain degré de probabilité, implique un grand nombre de résultats expérimentaux.

2. Dans la méthode de calcul des sections inclinées acceptée par de nombreuses prescriptions [6], [7], [5] on estime la capacité portante sous l'action des efforts tranchants en totalisant, dans la section contenant la fissure inclinée critique (fig. 1), la capacité portante du béton de la zone comprimée Q_b aussi bien que capacité portante de l'armature transversale Q_{at} :

$$(1) \qquad Q \leqslant \sum 0{,}85\, A_{pi.}\; 0{,}9\sigma p_0 \sin\alpha + \sum A_{ae}\, m_{at} R_a + Q_b.$$

Tenant compte que l'apport de l'armature transversale est evalué d'une façon satisfaisante par la relation existante on c'est arrêté au terme qui correspond à l'apport du béton de la zone comprimée Q_b pour le quel on dispose, dans les prescriptions, des relations plus ou moins justifiées du point de vue théorique. Ainsi :

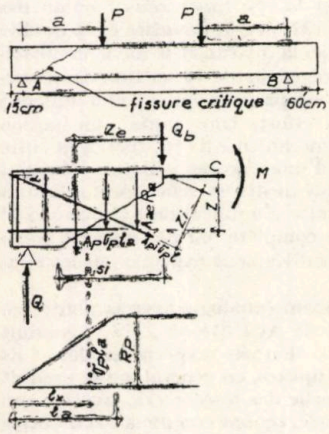


Fig. 1. — Section contenant la fissure inclinée critique.

a) Dans le STAS 8 000/67 la capacité portante Q_b est calculée par la relation

$$(2) \qquad Q_b^{\text{STAS/67}} = \frac{0{,}15\, bh_0^2 R_i}{s_i},$$

établie par B o r i c h a n s k i [8], qui est fondée sur des donées expérimentales.

b) Certaines prescriptions, comme SNIP II/62, STAS 10 107/75 et RS 119/74, ont accepté pour l'effort tranchant assumé par le béton Q_b la relation

$$(3) \qquad Q_b^{\text{STAS/75}} = \frac{Kbh_0^2 R_t}{s_i},$$

qui contient la résistance à la traction du béton R_t, considérée plus rapprochée du phénomène de cisaillement qui a lieu au bout de la fissure inclinée ; le coefficient K a la valeur 2 pour les éléments précontraints.

c) À la suite des recherches effectuées [9], [10] on a proposé pour les éléments en béton précontraint la relation

$$(4) \qquad Q_b^{\text{COMECOM}} = \frac{0{,}8bh_0^2 R_t}{s_i} \sqrt{p + p_p \frac{R_a}{3\,400}} \left(1 + \frac{Qh_0}{M}\right).$$

Conformément aux recherches propres, effectués par l'auteur [1] ... [4], concernant les poutres en béton précontraint de grandes dimensions (9 ... 18 m de longueur), on propose la relation

$$(5) \qquad Q_b^{\text{prop.}} = \left(\beta \frac{Qh}{M} + \frac{N_{0t}}{A_p R_p + A_a R_a}\right) bhR_t,$$

qui tient compte des principaux facteurs qui influencent Q_b, à savoir : la résistance à la traction R_t, l'intensité de la précontrainte et la portée de l'effort tranchant (a/h). Pour β ont été établies les valeurs $\beta=1$ pour $a/h > 1{,}5$ et $\beta = 1{,}5$ pour $a/h \leqslant 1{,}5$.

Aux éléments précontraints avec armature prétendue, par l'augmentation de la charge, les fissures inclinées qui ont apparu premièrement dans l'âme de la poutre se développent rapidement dans la direction de la semelle supérieure en réduisant la zone comprimée et vers l'appui conduisant à l'apparition des grands efforts dans l'armature tensionnée ce qui entraine la rupture de la poutre au moment fléchissant dans les sections inclinées (M_t). On considère que pour les éléments à armature prétendue il est obligatoire de vérifier les sections inclinées au moment fléchissant. Tenant compte de la relation de contrôle

$$(6) \qquad M_i \leqslant 0{,}85\,(A_p \sigma_{pla} z + \sum A_{pi} \sigma_{pl}\, z_i + \sum A_{ae} R_a z_e).$$

récommandée par certaines prescriptions [5], [7], on s'est préoccupé du problème de la détermination tout à fait exacte de la tension de l'armature prétendue σ_{pla} . On considère que la relation

$$(7) \qquad \sigma_{pla} = R_p \frac{l_x}{l_a},$$

avec

$$(8) \qquad l_a = K_a d\,,$$

récommandée par le STAS 10 107/75, est plus simple et qu'elle conduit à des valeurs couvrantes avec la remarque seulement que pour déterminer la longueur de l'ancrage l_a il est nécessaire de continuer les recherches. Dans ce but on propose pour l_a la relation [2] :

$$(9) \qquad l_a = \frac{KE_p A_p}{R_p} \Delta l_r\,,$$

où la longueur d'ancrage l_a peut être déterminée en fonction de l'entrée de l'armature tendue dans le béton au transfer, Δl_r.

3. On a effectué des essais sur un nombre de 27 poutres de 3,4 ... 18 m de longueur, précontraintes à bares PC 90 et torons TBP. Afin de soutenir les idées de calcul on a interprété même les données des 68 poutres qui ont fait l'objet de la recherche [9]. Dans l'ouvrage [1] on présente les dimensions, l'armature tendue, le programme des essais et les principaux résultats pendant la mise en précontrainte.

Dans le tableau 1 on donne les valeurs qui résultent de l'analyse en détail de la capacité de résistance aux efforts tranchants dans les sections inclinées, en rapportant les valeurs de calcul $Q_Q^{calc.}$ aux celles de rupture obtenues par voie expérimentale, $Q_r^{exp.}$. Les valeurs de calcul établies aux deux bouts de la poutre (col. 12 ... 15) résultent en efectuant la somme de l'effort tranchant dont s'emparent l'armature transversale Q_{etr} (col. 11) et l'effort tranchant pris par le béton de la zone comprimé Q_b (col. 7 ...10). Pour Q_b on a fait usage des relations (2) ... (5) et on a retenu la valeur minima qui correspond à la fissure inclinée critique. L'analyse des valeurs $Q_r^{exp.}/Q_Q^{calc.}$ (col. 12 ... 15) permet à souligner quelques aspects concernant la manière dont l'effet de certains paramètres qui agissent sur la capacité de résistance aux efforts tranchants, se reflètent dans les relations de calcul pour Q_b, à savoir :

1° Les valeurs du rapport $Q_r^{exp.}/Q_Q^{STAS/67}$ (tableau 1, col. 17) sont encadrées par les limites 0,99 et 2,16 ayant une valeur moyenne de 1,44, ce qui signifie que la relation (1), quoi qu'elle fut établie par B o r i c h a n s k i depuis longtemps, elle s'est montrée adéquate.

2° Les valeurs du rapport $Q_r^{exp.}/Q_Q^{STAS/75}$ sont encadrées par les limites 1,0 et 2,18 ayant une valeur moyenne de 1,46. Malgrés que la qualité des matériaux (béton, armature) aussi bien que la technologie du béton se sont beaucoup améliorées les dernières 20 ... 25 années, la relation proposée (3) par STAS 10 107/75 ne représente aucun progrès en ce qui concerne la connaissance du phénomène et l'appréciation de l'influence exercée par les paramètres fondamentaux. Ainsi, les valeurs $Q_b^{STAS/75}$ sont de 2 ... 5% inférieures aux valeurs $Q_b^{STAS/67}$ pour un nombre de 58 des 78 résultats (voir tableau 1, col. 7 et 8).

3° L'analyse des valeurs du rapport $Q_r^{exp.}/Q_Q^{COMECOM}$ permet à constater que la formule (4) proposee pour Q_b dans RS 119/74 [7], bien qu'un peu plus compliquée et difficile à appliquer dans les calculs, saisit d'une manière meilleure l'influence de certains facteurs ; les valeurs du rapport sont encadrées par les limites 0,95 et 1,98 ayant une valeur moyenne de 1,34 et une dispersion des résultats relativement plus réduite. Par rapport aux valeurs $Q_b^{STAS/75}$, obtenues au moyen de la relation (3), les valeurs Q_b calculées à l'aide de la relation (4), proposée dans RS 119/74 [7], sont en moyenne de 0...15 % plus élevées, ce qui confirme le fait que quoique un peu plus complexe, la relation (3) permet à apprécier mieux le phénomène.

4° Les valeurs du rapport $Q_r^{exp.}/Q_Q^{prop.}$ (tableau 1, col. 20) sont encadrées par les limites 0,95 et 1,36 ayant une valeur moyenne de 1,1 ; il n'y a pas que 18 des 78 valeurs qui sont inférieures à l'unité et c'est seulement aux poutres à armature transversale réduite ($\mu_{etr} \leqslant 0{,}3$ %) et toujours au bout où la longueur de la poutre sur l'appui a été tres courte (15 cm) que $Q_r^{exp.}$ a été affecté par le phénomène de l'arrachement de l'armature tendue.

L'analyse détaillée des valeurs fait resortir l'avantage de la relation proposée qui met en corrélation Q_b avec le degré de précontrainte, avec la portée de l'effort tranchant et aussi avec la qualité de l'armature tendue et l'armature passive. De plus, la relation (5) est très simple et il n'est pas nécessaire à calculer la hauteur utile de la poutre , h_0.

Tableau 1

Capacité portante

Poutre	Armature tendue	Etriers	$\frac{a}{b}$	N_0 t	R_b kgf/cm²	Valeurs calculées, [t] $Q_b^{STAS/67}$	$Q_b^{STAS/75}$	$Q_b^{COMECOM}$	$Q_{prop.}$	Q_{elr} t	$Q_Q^{STAS/67}$	$Q_Q^{STAS/75}$	$Q_Q^{COMECOM}$	$Q_Q^{prop.}$	Valeur expérim. $Q_r^{exp.}$	Valeurs relatives $\frac{Q_r^{exp.}}{Q_Q^{STAS/67}}$	$\frac{Q_r^{exp.}}{Q_Q^{STAS/75}}$	$\frac{Q_r^{exp.}}{Q_Q^{COMECOM}}$	$\frac{Q_r^{exp.}}{Q_Q^{prop.}}$	Mode de rupture
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12=7+11	13=8+11	14=9+11	15=10+11	16	17=16/12	18=16/13	19=16/14	20=16/15	21
G_1	TBP9 24×7∅3	5∅8	2,5	154	410	28,5 27,5	28,2 27,2	28,1 27,2	48,5 50,3	20,0 20,0	48,5 47,5	48,2 47,2	48,1 47,2	68,5 70,3	66,7 72,3	1,38 1,53	1,39 1,54	1,39 1,54	0,975 1,030	M_{ts} F
G_2		3∅6	2,5 1,5	151	390	24,7 41,3	25,4 44,0	25,5 51,0	48,3 61,0	8,2 5,1	32,9 46,4	33,6 49,1	33,7 60,1	56,5 66,1	62,9 83,9	1,91 1,81	1,87 1,71	1,86 1,40	1,11 1,27	M_{ts} F
G_3	TBP12 18×7∅4	4,5∅8	1,5	145,6	490	47,8 52,4	46,5 48,0	61,5 64,0	71,0 73,5	12,0 12,0	59,8 64,4	58,5 60,0	73,5 76,0	83,0 85,5	105,4 116,8	1,765 1,815	1,805 1,95	1,435 1,540	1,27 1,365	F F
G_4		5,5∅12	2,5	141,5	430	26,8 27,8	26,2 26,8	30,0 30,8	39,0 40,0	50,7 50,7	77,5 78,5	76,9 77,5	80,7 81,5	89,7 90,7	82,75 86,0	1,065 1,085	1,075 1,110	1,025 1,055	0,925 0,95	M_t M_t-F
G_5		4,5∅8	2,5	60,5	390	28,0 26,5	28,3 26,8	31,9 30,1	28,9 27,3	20,0 20,0	48,0 46,5	48,3 46,8	51,9 50,1	48,9 47,3	53,9 54,6	1,120 1,175	1,115 1,165	1,035 1,09	1,08 1,15	M_t M_t
G_6	TBP12 18×7∅4	5,5∅12	2,5	596	415	28,2 26,5	27,8 26,2	32,6 31,5	29,0 27,3	51,0 51,0	79,2 77,5	78,8 77,2	83,6 82,5	80,0 78,3	79,1 90,3	0,999 1,165	1,005 1,170	0,947 1,095	0,99 1,155	M_i M_t
G_7		4,5∅8	3,5	135,5	400	19,0 18,25	18,8 18,3	20,0 19,3	33,8 32,7	24,0 24,0	43,0 42,25	42,8 42,3	44,0 43,3	57,8 56,7	57,2 59,8	1,33 1,415	1,335 1,415	1,30 1,380	0,993 1,055	M_{ts} M_t
G_8		4,5∅8	2,5	128	400	27,4 26,0	27,2 26,8	30,8 30,3	37,2 36,5	18,0 18,0	45,4 44,0	45,2 44,8	48,8 48,8	55,2 54,5	67,4 79,3	1,485 1,805	1,495 1,77	1,380 1,625	1,22 1,455	M_{ts} M_t
G_9		4,5∅8	2,5	135	460	24,6 20,3	23,4 22,0	30,3 28,1	30,7 27,5	18,75 20,8	43,35 41,1	42,15 42,8	49,05 48,9	51,5 48,3	62,0 62,3	1,435 1,515	1,470 1,455	1,260 1,275	1,200 1,290	M_t M_t
G_{10}		5,5∅12	2,5	133	460	20,2 18,4	19,2 17,5	27,1 24,6	26,9 24,5	25,6 55,6	75,8 74,0	74,8 73,1	82,7 80,2	82,5 80,1	83,4 85,0	1,10 1,15	1,115 1,165	1,01 1,06	1,020 1,065	M_t-Z Z
G_{11}	PC90 8∅25	5,5∅12	2,5	130,5	460	31,4 33,1	29,6 31,2	30,6 31,7	49,5 52,3	55,6 55,6	87,0 88,7	85,2 86,2	86,2 87,3	105,1 107,9	107,9 90,0	1,24 —	1,27 —	1,25 —	1,025 —	M_n
G_{12}		4,5∅8	2,5	129	440	31,9 31,9	30,3 30,3	30,8 30,8	47,7 47,7	18,8 18,8	50,7 50,7	49,1 49,1	49,6 49,6	66,5 66,5	80,9 71,1	1,595 1,40	1,65 1,45	1,63 1,435	1,22 1,07	M_t-F M_t-F
G_{13}	TBP12 18×7∅4	5,5∅12	3,5	157,6	360	17,5 18,5	18,3 19,4	19,0 20,2	34,3 36,3	71,0 71,0	88,5 89,5	89,3 90,4	90,0 91,2	105,3 107,3	69,4 69,8	— —	— —	— —	— —	M_n
G_{14}		5,5∅12	1,5	135,5	390	45,5 43,3	46,7 45,2	59,0 60,9	68,3 67,6	35,5 35,5	81,0 78,8	82,2 80,7	94,5 96,4	103,8 103,1	108,4 113,9	1,34 1,445	1,32 2,41	1,16 1,18	1,03 1,10	M_{ts}-F
G_{15}	Faisceau 3×12∅7 1×12∅5	5,5∅12	2,5	149,7	380	25,7 27,3	26,6 28,2	27,4 29,1	43,1 45,9	50,7 50,7	76,4 78,0	77,3 78,9	78,1 79,8	93,8 96,6	75,4 75,8	— —	— —	— —	— —	
G_{16}		4,5∅8	2,15	142,3	385	27,4 30,4	28,2 31,4	27,4 30,6	43,6 48,8	18,0 18,0	45,4 48,4	46,2 49,4	45,4 48,6	61,6 66,8	69,0 69,4	1,52 1,43	1,50 1,405	1,52 1,425	1,12 1,04	M_t M_t
P_{4A}	Hm 466		2,15	15,95	410	7,3	7,25	7,75	10,5	—	7,3	7,25	7,75	10,5	10,9	1,5	1,51	1,41	1,04	F
P_{4B}	LS 4∅7			16,2	390	6,90	7,05	7,6	10,3	—	6,9	7,05	7,6	10,3	11,05	1,6	1,585	1,45	1,07	F
P_{6A}	6∅7		2,15	24,0	410	7,28	7,25	8,32	11,75	—	7,28	7,25	8,32	11,75	11,75	1,62	1,625	1,415	1,00	F
P_{6B}				24,2	400	7,07	7,15	8,2	11,65	—	7,07	7,15	8,2	11,65	11,65	1,645	1 63	1,425	1,00	F
P_{8A}	8∅7		2,15	30,7	415	7,40	7,32	8,05	13,4	—	7,40	7,32	8,05	13,4	15,95	2,16	2,18	1,985	1,19	F
P_{8B}				31,4	430	7,65	7,47	8,32	13,9	—	7,65	7,47	8,32	13,9	15,55	2,03	2,08	1,865	1,12	F
G18-12-7	TBP12 24×7∅4	∅10/10	1,3	205	500	110,0	98,5	147	129	88	198,0	186	235	217	173,5	0,89	1,935	0,74	0,805	
G18-12-2	PC90 9∅25	2∅12/10	1,35	199,0	525	54,5	48,6	73,5	70	127	181,5	175,6	200,5	197,0	95,8	—	—	—	—	M_n
G12-6	PC 90 4∅25	∅12/10	3,10	80,6	550	22,7	19,8	16,85	45,0	48	70,5	67,7	64,85	92,85	30,6	—	—	—	—	M_n
1			2,5	28,0	450	4,12	3,95	4,78	6,4	2,72	6,84	6,67	7,50	9,12	9,07	1,326	1,36	1,209	1,00	M_t
2			2,5	28,0	450	4,12	3,95	4,78	6,4	2,72	6,84	6,67	7,50	9,12	8,57	1,253	1,285	1,143	0,945	M_t
3			2,5	28,2	436	4,02	3,87	4,68	6,45	2,72	6,74	6,59	7,40	9,17	10,82	1,605	1,642	1,462	1,18	
4		3∅6	2,5	28,55	436	4,02	3,87	4,7	6,56	2,72	6,74	6,59	7,42	9,27	10,82	1,605	1,642	1,462	1,17	M_t-Z
5		OB 38	1,5	28,80	452	6,87	6,48	9,26	10,75	1,36	8,23	7,84	10,62	12,11	13,37	1,625	1,705	1,257	1,10	M_t-Z
6		b=6	2,0	29,00	452	5,5	4,95	6,37	7,35	2,72	8,22	7,67	9,09	10,06	10,07	1,225	1,313	1,108	1,00	M_t
7		μ_e=0,283	3,5	29,10	491	4,51	4,15	4,67	5,8	2,72	7,26	6,87	7,39	8,96	7,82	1,077	1,138	1,058	0,875	M_t
8			4,0	28,0	491	4,51	4,15	4,55	5,83	2,72	7,26	6,87	7,27	8,55	7,17	0,988	1,044	0,985	0,84	M_t
9			4,0	28,20	467	4,29	4,05	4,37	5,52	2,72	7,01	6,77	7,09	8,24	8,27	1.118	1,220	1,166	1,005	M_t
10	TBP12 3×7∅4 2,7cm²		3,5	28,25	467	4,29	4,06	4,50	5,95	2,72	7,01	9,78	7,22	8,67	8,82	1,258	1,321	1,222	1,015	M_t
11			2,5	28,40	525	6,45	5,40	6,54	7,23	4,08	10,53	9,48	10,62	11,31	12,5	1,144	1,271	1,135	1,105	M_t
12		5∅6	1,5	28,60	525	8,05	7,2	10,2	—	2,72	10,77	9,92	12,92	7,70	7,67	0,712	0,778	0,594		F-M_t
13		OB 38	4,5	27,40	488	5,59	5,20	5,57	5,53	4,08	9,67	9,28	9,65	9,61	7,37	0,762	0,794	0,764	0,77	M_t
14		b=6	4,5	27,0	488	5,59	5,20	5,57	5,20	4,08	9,67	9,28	9,65	9,28	7,37	0,762	0,794	0,764	0,795	M_t
15		μ_e=0,47	4,0	27,0	459	5,29	5,05	5,47	5,48	4,08	9,37	9,13	9,55	9,56	8,02	0,856	0,878	0,840	0,840	M_t
16			3,0	27,20	459	5,29	5,05	5,82	6,10	4,08	9,37	9,13	9,90	10,18	10,2	1,089	1,117	1,012	1,005	M_t
17			2,5	28,30	398	6,07	6,13	7,44	6,15	4,80	10,87	10,93	12,24	10,95	11,35	1,044	1,038	0,927	1,035	M_t
18		5∅8	4,0	29,10	410	6,12	6,13	6,72	5,30	4,80	10,92	10,93	11,52	10,10	8,27	0,755	0,757	0,718	0,82	M_t-M
19		OB 38	3,5	28,5	495	7,3	7,0	7,87	6,21	4,80	12,10	11,80	12,67	11,01	9,4	0,777	0,797	0,742	0,853	M_n
20		b=6	3,5	22,0	495	7,3	7,0	7,87	5,27	4,80	12,10	11,80	12,67	10,07	7,82	0,645	0,661	0,617	0,775	M_t
21		μ_e=0,83	1,5	28,6	432	6,6	6,4	9,07	10,25	4,8	11,40	11,20	13,87	15,05	14,55	1,277	1,299	1,049	0,975	M_t
22			3,0	28,55	467	6,6	6,7	7,74	6,26	4,8	11,40	11,50	12,54	11,06	11,5	1,009	1,00	0,917	1,04	M_t
23		3∅6 OB 38 b=6	3,0	27,30	453	4,16	3,96	4,58	6,0	2,72	6,88	6,68	7,30	8,72	8,52	1,238	1,275	1,167	0,98	M_t
24		μ_e=0,283	2,5	28,30	453	4,16	3,96	4,78	6,61	2,72	6,88	6,68	7,50	9,33	10,6	1,541	1,587	1,413	1,135	M_t-F
27		5∅8	1,5	28,60	504	7,7	6,97	9,91	11,14	4,88	14,58	13,85	16,79	15,98	16,55	1,135	1,195	0,986	1,035	M_t-F
28		PC 52	2,5	28,80	504	7,7	7,0	8,46	7,10	6,88	14,58	13,88	15,34	13,98	15,5	1,063	1,117	1,010	1,105	M_t
29		b=6	3,5	29,0	460	7,05	6,70	7,52	6,03	6,88	13,93	13,58	14,40	12,91	11,07	0,795	0,815	0,769	0,86	M_t
30		μ =0,83	3,5	29,30	460	7,05	6,70	7,52	6,10	6,88	13,93	13,58	14,40	12,91	8,77	0,630	0,646	0,609	0,68	M_n
59	3TBP12		2,5	960	470	4,32	4,05	3,70	4,15	2,72	7,04	6,77	6,42	6,87	7,07	1,004	1,046	1,101	1,03	M_t-Z
60			4,0	960	470	4,32	4,05	3,38	3,08	1,36	5,68	5,41	4,74	4,44	5,80	1,021	1,072	1,224	1,31	M_t-Z
61	1TBP12 2PC 90	3∅6 OB 38	2,5	9,75	452	4,15	3,94	4,03	4,35	2,72	6,87	6,66	6,75	7,07	8,07	1,175	1,212	1,196	1,14	M_t-F
62	∅16	b=6	4,0	9,70	452	4,15	3,94	3,64	3,34	2,72	6,87	6,66	6,36	6,06	7,55	1,099	1,134	1,187	1,25	M_t
63	2TBP12 1PC 90	μ_e=0,283	2,5	18,80	500	4,6	4,25	4,75	5,90	2,72	7,32	6,97	7,47	8,62	9,07	1,239	1,301	1,214	1,055	M_t
64	3TBP12		2,5	21,80	500	4,6	4,25	5,08	6,07	2,72	7,32	6,97	7,80	8,72	7,79	1,064	1,118	1,00	0,89	M_t-Z

Poutre de 4,9 m de longueur (INCERC)

Poutre de 9,2 m de longueur (Inst. Polyt. Jassy)

Tableau 2

Capacité portante

	Poutre	Armature tendue	Etriers	$\frac{a}{h}$	Valeurs critiques de calcul [t] M_i Q_{M_i}	M_i s_i cm	Q Q_b	Q Q_c	Q Q_Q	Q s_i cm	M_n Q_{M_n}	$Q_{min.}^{critique\ de\ calcul}$ t A	B	$Q_{rupture}^{exp.}$		$Q_r^{exp.}/Q_{min.}^{calc.}$ A	B	$Q_{S_{0,1}}^{exp.}$ t	$\frac{Q_{S_{0,1}}}{Q_{min.}^{calc.}}$	Proposition $Q_{min.}^{prop.}$ t	$\frac{Q_r^{exp.}}{Q_{min.}^{prop.}}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16=14/12	17=15/13	18	19	20	21
Poutre de 9,2 m de longueur [2]	G_1	TBP9	5∅8	2,5	56,0	250	28,2 27,2	20	48,2 47,2	250	72,5	48,2	47,2	66,7	72,3	1,385	1,531	58,7	1,215	70,3	10,25
	G_2	24×7∅3	5∅6	2,5 1,5	34,9	250	25,4 44,0	8,2 5,1	33,6 49,1	250 150	92,25	33,6	49,1	62,9	83,8	1,870	1,705	61,9	1,84	66,1	1,265
	G_3		4,5∅8	1,5	46,3	150	46,5 4,80	12,0	58,5 60	150	148	46,3	60	105,4	116,8	2,28	1,95	73,3	1,58	85,5	1,37
	G_4		5,5∅12	2,5	61,6	250	26,2 25,8	50,7	76,9 77,5	250	87,4	61,6	77,5	82,75	85,8	1,345	1,105	73,8	1,20	90,7	0,95
	G_5		4,5∅8	2,5	40,5	250	28,3 26,8	20,0	48,3 46,8	250	87,5	40,5	46,8	53,9	54,6	1,335	1,165	49,9	1,235	47,3	1,15
	G_6		5,5∅12	2,5	54,8	250	27,8 26,2	51,0	78,8 77,2	250	88,0	54,8	77,2	79,1	90,3	1,445	1,170	78,9	1,44	78,3	1,155
	G_7	TBP12 18×7∅4	4,5∅8	3,5	40,8	3,5	18,8 18,3	24	42,8 42,3	350	61,0	40,8	42,3	57,2	59,8	1,400	1,415	52,9	1,295	56,7	1,055
	G_8		4,5∅8	2,5	39,0	250	27,2 26,8	18	45,2 44,8	250	87,7	39,0	44,8	67,4	79,3	1,730	1,770	54,5	1,395	54,5	1,455
	G_9		4,5∅8	2,5	43,4	250	23,4 22,0	18,75 20,80	42,15 42,8	250	90,5	42,15	42,8	62,0	62,3	1,475	1,455	39,4	0,937	48,3	1,29
	G_{10}		5,5∅12	2,5	63,6	250	19,2 17,5	55,6	74,8 73,1	250	90,5	63,6	73,1	83,4	85,0	1,315	1,965	70,4	1,110	80,1	1,06
	G_{11}	PC 90 8∅25	5,5∅12	2,5	90,7	250	29,6 31,2	55,6	85,2 86,8	250	86,8	85,2	86,8	107,9	90	1,270	1,035	89,3	1,050	107,9	0,84
	G_{12}		4,5∅8	2,5	63,5	250	30,3 30,3	18,8	49,1 49,1	250	89	49,1	49,1	80,9	71,1	1,650	1,450	67,3	1,370	66,1	1,075
	G_{13}	TBP12 18×7∅4	5,5∅12	3,5	69,7	350	18,3 19,4	71	89,3 99,4	350	61,5	61,5	61,5	69,4	69,8	1,130	1,135	68,9	1,135	107,3	—
	G_{14}		5,5∅12	1,5	52,5	150	46,7 45,5	35,5	82,2 80,7	150	146,3	52,5	80,7	108,4	113,9	2,070	1,41	96,9	1,845	103,1	1,10
	G_{15}	4×12∅7	5,5∅12	2,5	—	—	26,6 28,2	50,7	77,3 78,9	250	71,3	71,3	71,3	75,4	75,8	1,055	1,065	—	—	96,6	—
	G_{16}		4,5∅8	2,5	—	—	28,2 31,4	18	46,2 49,4	250	64,5	46,2	49,4	69,0	69,4	1,495	1,405	—	—	66,8	1,04
Poutre de 4,9 m de longueur (INCERC [9])	*1*	TBP12 3×7∅	3∅6 $b=6$	2,5	10,78	100	3,95	2,72	6,67	100	12,1	6,67	—	9,07	—	1,36	—	7,57	1,135	—	—
	2			2,5	10,78	100	3,95	2,72	6,67	100	12,1	6,67	—	8,57	—	1,29	—	6,82	1,025	—	—
	3			2,5	10,25	100	3,87	2,72	6,59	100	12,1	—	6,59	—	10,82	—	1,80	—	—	91,7	1,185
	4			2,5	8,13	100	3,87	2,72	6,59	100	12,1	6,59	—	10,82	—	1,80	—	8,52	1,295	—	—
	5			1,5	8,29	60	6,48	1,36	7,84	60	20,2	7,84	7,84	13,37	15,2	1,71	1,935	11,0	1,415	12,11	1,25
	6			2,0	8,34	60	4,95	2,72	7,67	80	15,1	7,67	7,67	10,07	13,7	1,315	1,785	7,57	0,988	10,05	1,37
	7			3,5	5,72	70	4,15	2,72	6,87	100	8,65	5,72	—	7,82	—	1,365	—	7,07	1,235	—	—
	8			4,0	5,56	70	4,15	2,72	6,87	100	7,55	5,56	—	7,17	—	1,29	—	6,57	1,18	—	—
	9			4,0	10,85	100	4,05	2,72	6,77	100	7,55	6,77	—	8,27	—	1,225	—	8,07	1,195	—	—
	10			3,5	—	—	4,06	2,72	6,77	100	8,65	—	6,77	—	8,82	—	1,305	—	—	8,67	1,015
	11		5∅6 $b=6$	2,5	7,82	85	5,40	4,08	9,48	80	12,1	7,82	9,48	8,07	12,5	1,035	1,32	7,57	0,968	11,31	1,105
	12			1,5	7,70	60	7,2	2,72	9,92	60	20,2	7,70	—	7,67	—	1,00	—	7,07	0,920	—	—
	13			4,5	7,01	85	5,20	4,08	9,28	80	6,7	6,70	—	7,37	—	1,10	—	6,87	1,025	—	—
	14		3∅6 $b=6$	4,5	—	—	5,20	4,08	9,28	80	6,7	—	6,70	—	7,37	—	1,10	—	—	9,28	0,80
	15			4	—	—	5,05	4,08	9,13	80	7,55	—	7,55	—	8,02	—	1,065	—	—	9,56	0,84
	16			3,0	6,66	65	5,05	4,08	9,13	80	10,1	6,66	10,1	8,57	10,2	1,20	1,005	7,07	1,065	10,18	1,00
	17		5∅6 $b=6$	2,5	7,91	75	6,13	4,80	10,93	60	12,1	7,91	10,93	10,07	11,35	1,275	1,035	8,07	1,02	10,95	1,035
	18			4,0	10,58	80	6,13	4,80	10,93	60	7,55	—	7,55	—	8,27	—	1,10	—	—	10,10	0,82
	19			3,5	9,44	85	7,0	4,8	11,80	60	8,65	8,65	—	9,4	—	1,085	—	7,37	0,853	—	—
	20			3,5	8,31	80	7,0	4,8	11,80	60	8,65	8,34	—	7,82	—	0,94	—	7,82	0,938	—	—
	21			1,5	8,54	60	6,4	4,8	11,20	60	20,2	8,54	11,2	10,57	14,55	1,24	1,30	8,57	1,00	15,05	0,97
	22			3,0	8,54	80	6,7	4,8	11,50	60	10,1	8,54	10,10	8,92	11,5	1,045	1,11	6,92	0,81	11,0	1,05
	23		3∅6 $b=6$	3,0	4,97	70	3,96	2,72	6,68	100	10,1	4,97	6,68	5,92	8,52	1,19	1,275	5,42	1,09	8,72	0,98
	24			2,5	5,11	70	3,96	2,72	6,68	100	12,1	5,11	6,68	6,07	10,6	1,10	1,50	6,07	1,185	9,33	1,135
	27		5∅8 $b=6$	1,5	7,21	40	4,20	6,88	11,08	60	20,2	7,21	11,08	9,82	16,55	1,36	1,495	8,07	1,125	15,98	1,035
	28			2,5	7,21	40	7,0	6,88	13,88	60	12,1	7,21	12,1	8,57	15,5	1,19	1,28	6,57	0,912	13,98	1,11
	29			3,5	7,15	40	4,70	6,88	13,58	60	8,65	—	8,65	—	11,07	—	1,285	—	—	12,91	0,86
	30			3,5	7,18	40	6,70	6,88	13,58	60	8,65	7,18	—	8,77	—	1,22	—	6,87	0,958	—	—
	31		3∅8 $b=12$	2,5	5,16	80	6,65	4,80	11,45	100	12,1	—	11,45	—	13,87	—	1,215	—	—	—	—
	32			1,5	5,22	60	11,65	2,4	14,05	60	20,2	5,22	14,05	11,62	17,5	2,23	1,245	11,62	2,23	—	—
	33			2,0	5,72	80	8,95	4,8	13,75	80	15,1	5,72	13,75	10,62	15,05	1,87	1,095	10,62	1,865	—	—
	34			2,5	5,76	80	7,35	4,8	12,15	100	12,1	5,76	12,1	8,12	16,2	1,41	1,33	8,12	1,41	—	—
	35			2,5	5,52	80	7,50	4,8	12,30	100	12,1	5,52	12,1	9,62	12,95	1,745	1,070	8,62	1,56	—	—
	36			3,5	6,22	80	7,9	4,8	12,70	100	8,65	—	8,65	—	10,22	—	1,185	—	—	—	—
	37		5∅6 $b=12$	1,5	6,70	60	14,15	2,72	16,87	60	20,2	6,70	16,87	11,62	21,6	1,735	1,28	11,62	1,74	—	—
	38			3,5	5,99	70	6,70	6,82	13,52	120	8,65	—	8,65	—	10,87	—	1,26	—	—	—	—
	39			2,5	6,98	70	7,35	5,44	12,79	100	12,1	6,98	12,1	13,12	13,12	1,88	1,085	13,12	1,88	—	—
	41		5 ∅8 $b=12$	2,5	8,27	65	9,1	9,60	18,70	100	12,1	8,27	12,1	12,12	14,4	1,465	1,19	12,12	1,46	—	—
	42			3,5	8,27	65	9,1	9,6	18,70	100	8,65	—	8,65	—	10,92	—	1,265	11,87	—	—	—
	43			3,0	6,43	50	8,25	9,6	17,85	100	10,1	6,43	10,1	12,12	13,1	1,885	1,295	11,87	1,85	—	—
	44			1,5	6,66	50	14,15	4,8	18,95	60	20,2	6,66	18,95	16,37	20,8	2,46	1,10	12,60	1,895	—	—
	45	3TBP12+ 1PC 90 ∅16	5∅6 $b=12$	3,5	5,21	60	6,50	6,8	13,30	120	8,5	—	8,5	—	10,17	—	1,20	—	—	—	—
	46			2,5	5,21	60	7,80	5,44	13,24	100	11,9	—	11,9	—	12,27	—	1,035	10,62	—	—	—
	47	3TBP12 +2PC 90 ∅18			8,8	70	9,68	5,44	15,12	100	20,8	8,8	15,12	14,62	16,8	1,665	1,11	—	—	—	—
	48				9,02	70	8,05	6,80	14,85	120	16,3	9,02	—	14,62	—	1,60	—	14,42	1,60	—	—
	49				6,94	70	7,47	5,44	12,91	100	20,8	6,94	12,91	12,12	15,0	1,745	1,965	10,62	1,535	—	—
	50				6,83	65	6,23	6,80	13,03	120	16,3	6,83		11,92		1,745		10,42	1,525	—	—
	51		5∅6 $b=12$	1,5	10,90	70	16,25	2,72	18,97	60	34,7	10,90	18,97	22,52	29,7	2,07	1,58	17,62	1,615	—	—
	52			4,0	10,38	70	8,13	6,80	14,93	120		10,38	—	13,42	—	1,295	—	13,42	1,29	—	—
	55	3TBP12		2,5	4,17	60	8,30	5,44	13,74	100	12,1	4,17	—	10,12	—	2,42	—	10,12	2,42	—	—
	56			2,5	4,2	60	8,30	5,44	13,74	100	12,1	4,2	—	9,12	—	2,17	—	9,12	2,17	—	—
	57	1TBP12 PC 90	3∅6 $b=6$	2,5	4,23	60	8,07	5,44	13,54	100	11,65	4,23	—	9,62	—	2,27	—	7,12	1,68	—	—
	58			2,5	4,23	60	8,07	5,44	13,41	100	11,65	4,23	—	7,51	—	1,77	—	7,14	1,69	—	—
	59	3TBP12		2,5	3,27	70	4,05	2,72	11,77	100	12,1	3,27	—	7,07	—	2,17	—	7,07	2,16	6,87	1,05
	60			4,0	3,27	70	4,05	1,36	5,41	100	7,55	3,27	—	5,80	—	1,775	—	5,80	1,77	4,44	1,31
	61	1TBP12 2PC 90	3∅6 $b=6$	2,5	3,12	60	3,94	2,72	6,66	100	11,65	3,12	—	8,07	—	2,59	—	5,07	1,625	7,07	1,14
	62			4,5	3,12	60	3,94	2,72	6,66	100	7,28	3,12	—	7,55	—	2,42	—	—	—	6,06	1,25
	63			2,5	4,93	70	4,25	2,72	6,97	100	11,9	4,93	—	9,07	—	1,84	—	6,07	1,23	8,62	1,05
	64			2,5	5,44	70	4,25	2,72	6,97	100	12,1	5,44	—	7,79	—	1,435	—	—	—	8,79	0,90
	65		5∅8 $b=20$ $\mu=0,245$	2,5	7,31	40	12,15	9,6	21,75	100	12,1	7,31	—	14,19	—	1,495	—	14,19	1,94	—	—
	66			2,5	4,6	70	10,15	7,2	17,35	120	12,1	4,6	—	11,75	—	2,56	—	9,29	2,02	—	—
	67	1TBP 2PC 90		2,5	6,4	60	10,75	9,60	20,65	120	11,65	5,4	—	12,79	—	2,37	—	7,29	1,35	—	—
	68	2TBP 1PC 90		2,5	7,5	60	10,75	9,60	20,65	120	11,9	7,5	—	11,79	—	1,575	—	9,29	1,24	—	—

4. Les résultats d'une analyse encore plus détaillée de la capacité portante des poutres précontraintes soumises au moment fléchissant bien qu'aux efforts tranchants importants concernant 68 poutres,sont donnés dans le tableau 2. Ce sont les valeurs critiques de calcul des efforts tranchants qui sont intabulées et qui en résultent de la vérification aux efforts tranchants dans les sections inclinées $Q_Q^{calc.}$ pour les deux bouts de la poutre (col. 9), la vérification au moment fléchissant dans les sections inclinées $Q_{Mi}^{calc.}$ seulement au bout A de la poutre où l'arrachement de l'armature est possible de se produire (col. 5) et de la vérification au moment fléchissant dans les sections normales $Q_{M_n}^{calc.}$ (col. 11). Ensuite, dans les colonnes 12 et 13 du tableau 2 on donne les valeurs minima de l'effort tranchant de calcul, $Q_{min.}^{calc.}$, pour le bout A — la plus basse des valeurs inscrites dans les colonnes 5, 9, 11 tandis que pour le bout B — la plus basse des valeurs inscrites dans les colonnes 9, 11, comme suite de l'arrachement de l'armature qui ne peut pas avoir lieu.

L'analyse des valeurs des rapports $Q_r^{exp.}/Q_{min.}^{calc.}$ (tableau 2, col. 16, 17) représentées sous forme graphiques dans la fig. 2 *a*, *b* en fonction de la portée de l'effort tranchant a/h et dans la fig. 3 *a*, *b* en fonction du pourcentage d'armature transversale μ_{etr}, a relevé les aspects suivants :

1° Au bout A des poutres, le rapport $Q_r^{exp.}/Q_{min.}^{calc.}$ est variable entre les limites 1,00 et 2,56 ayant une valeur moyenne de 1,6 et une grande dispersion des valeurs, en étant influencé par l'armature transversale, par l'épaisseur de l'âme de la poutre et par l'effet d'échelle.

2° En ce qui concerne le bout B des poutres on constate que la méthode de calcul dans les sections inclinées semble à être adéquate, quoique avec quelques imperfections. Les résultats expérimentaux sont en concordance avec les valeurs calculées, les valeurs du rapport $Q_r^{exp.}/Q_{min.}^{calc.}$ sont encadrées par les valeurs 1,03 et 1,95, ayant une valeur moyenne de 1,25.

3° Si dans le tableau 2, colonne 7, au lieu de $Q_b^{STAS/75}$ on introduit $Q_b^{prop.}$ additionnée à Q_e on obtient $Q_Q^{prop.}$ dont les valeurs se trouvent dans la colonne 20 et la représentation graphique dans la fig. 4 *a*, *b*. Les valeurs du rapport $Q_{rB}^{exp.}/Q_{min.}^{prop.}$ sont inférieures à l'unité pour 7 des 37 poutres seulement, à savoir pour celles qui ont cédé au moment fléchissant dans les sections normales.

5. La rupture des éléments précontraints à armature prétendue aux efforts tranchants peut être schématisée (en réalité elle est plus complexe) par certains modes de rupture [3] : ruptures par cisaillement (F), ruptures par cisaillement — compression (M_i), ruptures par l'écrasement du béton par compréssions entre deux fissures inclinés (Z), rupture par compression au fléchissement (M_n). Les essais qui ont été effectués on fait ressortir la variété des modes de rupture et aussi le fait que ce sont les divers paramètres qui conditionnent finalement le mode de rupture. Les essais sur des poutres qui dépassent très peu les appuis (de 10 ... 15 cm) ont montré que dans la majorité des cas il peut se produire le phénomène d'arrachement de l'armature tendue avant que les fissures se fassent remarquées. Le mécanisme de rupture de la poutre est, dans ce cas, en quelque sorte différent par rapport au cas où la fissure apparue premièrement dans l'âme se développe, menant à une rupture du type M_i ; dans ces cas le commencement de l'arrachement de l'armature

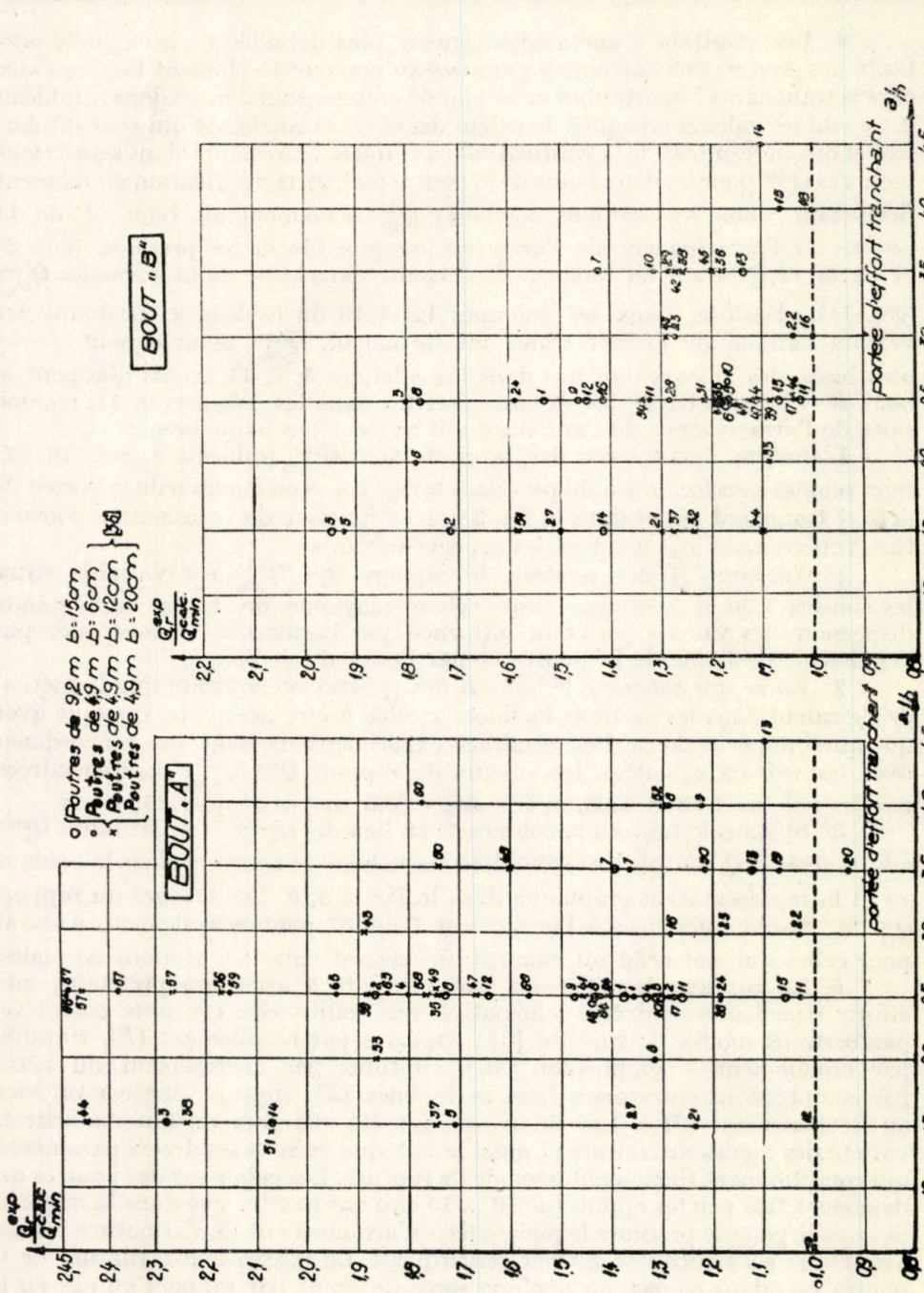


Fig. 2. — Valeurs relatives $Q_r^{exp.}/Q_{min.}^{calc.}$ en fonction du rapport a/h.

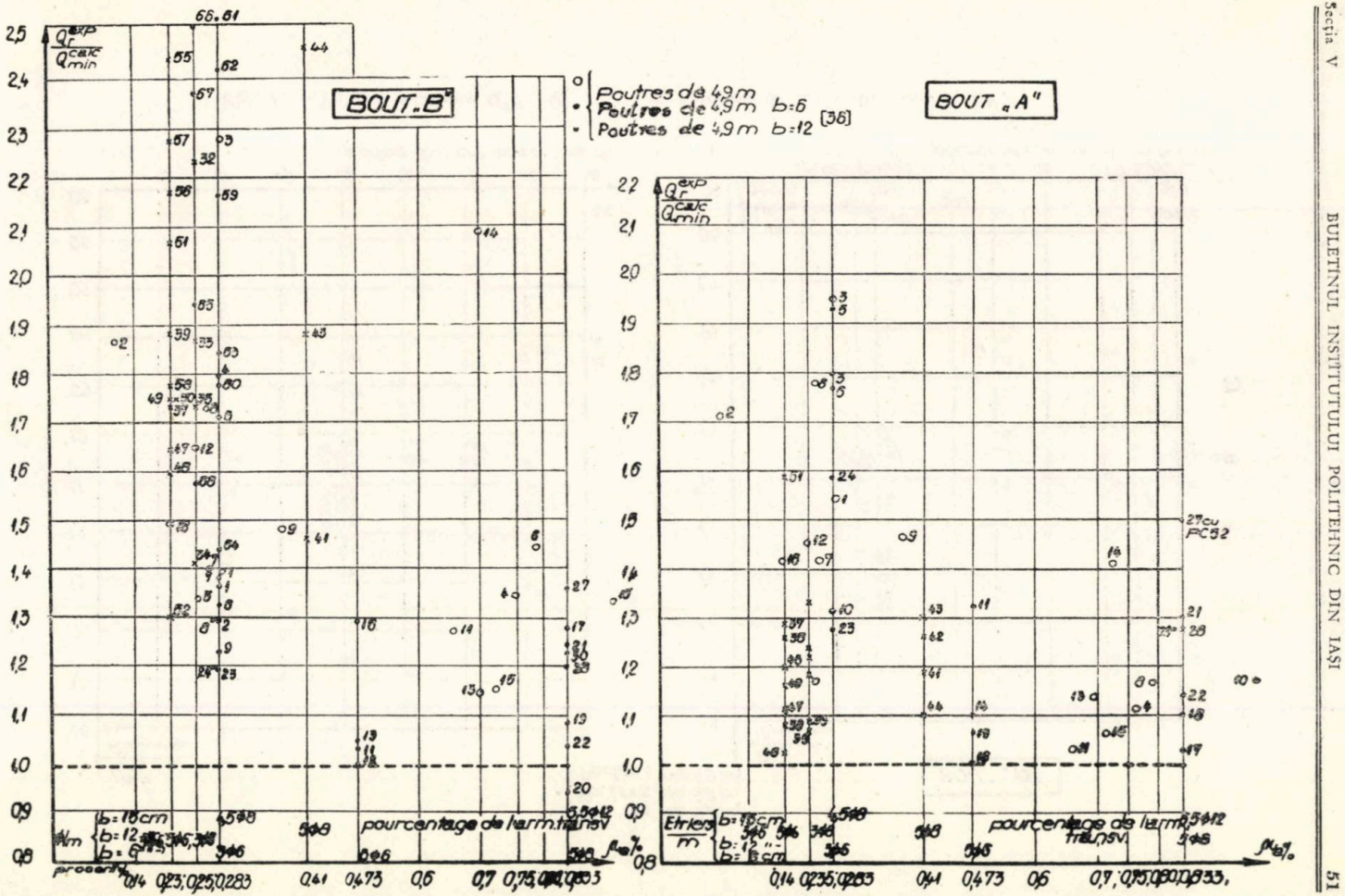


Fig. 3. — Valeurs relatives $Q_r^{exp.} / Q_{m\,n.}^{calc.}$ en fonction de μ_t.

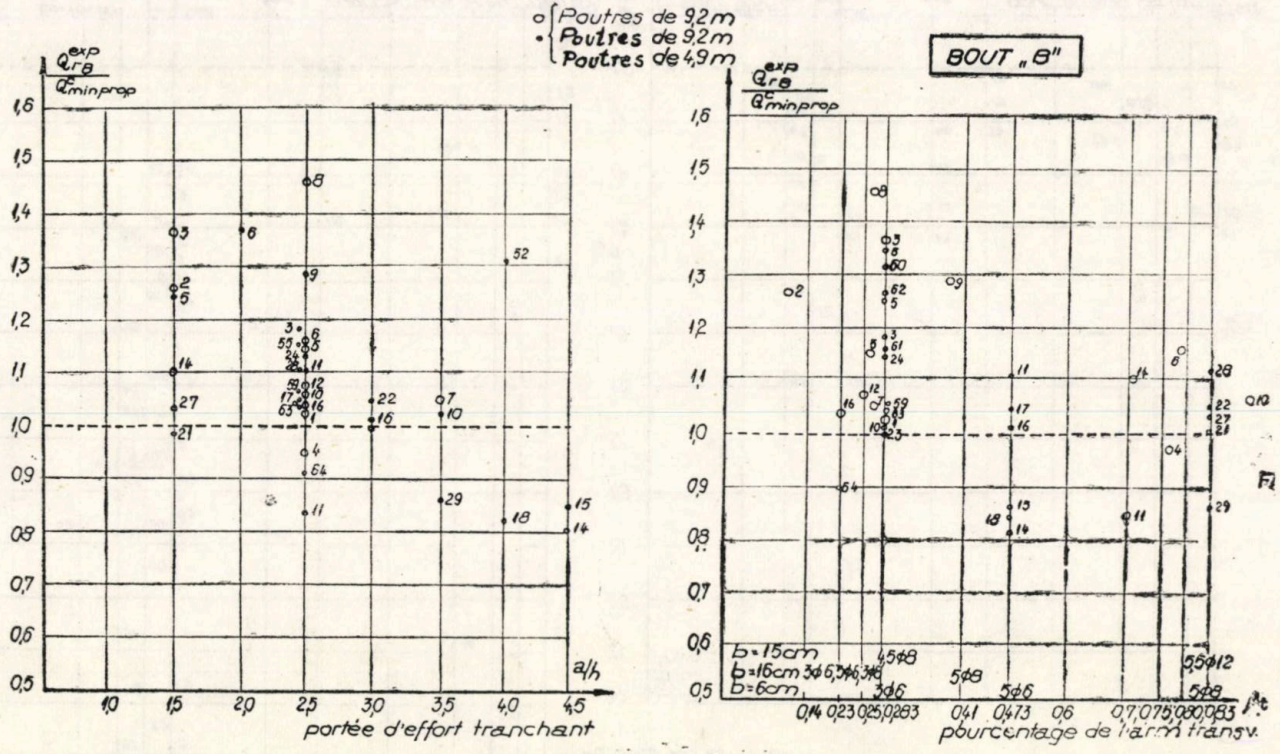


Fig. 4. — Valeurs relatives $Q^{exp.}_{rB} / Q^{c}_{min.prop.}$ en fonction de μ_t et du rapport a/h.

tendue, phénomène qui, une fois apparu ne peut pas être arrêté, a pour effet le développement rapide des fissures inclinées vers la semelle supérieure et ensuite la rupture de la poutre par le moment fléchissant, mais à des charges plus faibles. Ces ruptures, notées par M_{is} (tableau 1), n'apparaissent qu'aux poutres à armature transversale réduite ($\mu_{etr} \leqslant 0{,}3\%$). On peut supposer que même aux poutres à appuis limité le contrôle au moment fléchissant dans les sections inclinées soit fait à l'aide de la relation (6) qui s'est avérée couvrante à la condition obligatoire qu'on ne diminue pas la valeur de μ_{etr} sous 0,3..0,35 %.

Conclusions

La détermination de la capacité portante des éléments précontraints soumis au moment fléchissant et aux efforts tranchants est difficile,compte tenu du grand nombre de paramètres qui y agissent et des différents modes de rupture qui interviennent.

Les méthodes de calcul élaborées et utilisées jusqu'à présent ont un caractère empirique, les relations respectives contiennent plus ou moins de paramètres importants et les mesures constructives — maintes fois exagérées — viennent de compenser les lacunes des relations de calcul. La capacité de résistance doit être analysée tant à travers le prisme de la vérification aux efforts tranchants dans les sections inclinées qu'à travers le prisme du controle au moment fléchissant dans les sections inclinées.

En ce qui concerne le calcul aux efforts tranchants dans les sections inclinées, pour l'apport du béton de la zone comprimée on a utilisé plusieurs expressions recommandées par différentes prescriptions (les relations (2) ... (4)). On propose pour Q_b la rélation (5), qui tient compte des principaux facteurs qui exercent une influence sur Q_b, à savoir la résistance à la traction du béton, l'intensité de la précontrainte et la portée de l'effort tranchant. En utilisant au lieu de la relation (3), prévue dans le STAS 10 107/75, la relation proposée (5) on obtient une réduction de 5 ... 12% de la quantité d'armature transversale, ce qui conduit, dans la production de série des éléments précontraints à armature prétendue, à une économie substantielle.

Dans le cas des éléments précontraints à armature prétendue et particulièrement de ceux peu appuyés (10 ... 15 cm)—cas spécifique aux éléments plans — il est nécessaire d'une façon absolument obligatoire, à effectuer le calcul au moment fléchissant dans les sections inclinées avec la relation (6) en utilisant pour σ_{pla} soit la relation (8), indiquée par STAS 10 107/75, soit la relation proposée (9).

La connaissance la plus exacte, par calcul, de la capacité portante aux efforts tranchants permettra, à l'aide des relations autant que complètes (tel que la relation (5)), d'éliminer la tendance actuelles du domaine de projet de surdimensionner les éléments précontraints dans les zones ayant des efforts tranchants importants afin d'eviter l'apparition de certaines ruptures — presque toujours fragiles — en dirigeant l'eventuelle rupture dans les zones du moment fléchissant.

Reçue le 21 janvier 1976

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Béton et de
Constructions Hydrotechniques

BIBLIOGRAPHIE

1. Patraş M., *Une relation inédite de calcul lors de l'apparition des fissures normales dans les éléments précontraints sous l'action de la flexion.* Bul. Inst. polit., Iaşi, XXI(XXV), *3—4*, s. V, 37—47 (1975).
2. Patraş M., *Contribuţii la studiul stărilor limită de fisurare şi rezistenţă în secţiuni înclinate la elementele precomprimate cu bare groase PC 90 şi toroane TBP.* Thèse, Inst. Polyt. „Tr. Vuia", Timişoara, 1975.
3. Patraş M., Moenaert P., Beckman F., *Recherches sur la fissuration et des différents modes de rupture des éléments précontraints soumis à l'effort tranchant.* Symposium on Plastic Analysis of Structures, Jassy, Sept. 6—8, 1972.
4. Patraş M., *Influenţa precomprimării asupra capacităţii portante şi fisurarea elementelor încovoiate la acţiunea forţelor tăietoare.* INCERC, Buc., 1975.
5. * * * STAS 10 107/75. Construcţii civile şi industriale. *Calculul şi alcătuirea elementelor din beton, beton armat şi beton precomprimat.* Buc., 1975.
6. * * * СНИП II С 1-62. *Бетонные и железобетонные конструкции. Нормы проектирования.* М., 1970.
7. * * * РС 119 74. *Бетонные и железобетонные конструкции. Руководство по проектированию*, 1974, 42—45.
8. Borichanski M. S., *Calcul à l'effort tranchant des éléments fléchis en béton armé d'après les normes soviétiques.* Bul. d'Information CEB, *49* (1965).
9. * * * *Studiu comparativ privind influenţa unor parametri pe baza experimentărilor, recomandări pentru completarea prescripţiilor de calcul.* Rapport INCERC, août 1974.
10. * * * *Elaborarea unei metode perfecţionate de calcul la rezistenţă pentru elementele de beton precomprimat sub acţiunea momentelor încovoietoare şi forţelor tăietoare.* Rapport INCERC, fevrier 1974.

DETERMINAREA CAPACITĂŢII DE REZISTENŢĂ A ELEMENTELOR PRECOMPRIMATE SUPUSE LA FORŢE TĂIETOARE. PROPUNERI DE CALCUL

(Rezumat)

Determinarea capacităţii portante la forţe tăietoare a elementelor de beton precomprimat a fost şi rămîne o problemă extrem de dificilă datorită atît complexităţii fenomenului cît şi datorită numărului mare (peste 20) de parametri care intervin şi a căror influenţă nu poate fi cuprinsă în relaţiile de calcul. Metoda de calcul în secţiuni înclinate, acceptată de numeroase prescripţii de calcul [5] ... [7], are un caracter semiempiric şi constă în însumarea, într-o secţiune cu fisura înclinată critică, a aportului armăturii transversale (Q_{at}) şi a betonului din zona comprimată Q_b. Dacă aportul armăturii transversale este apreciat satisfăcător prin relaţiile de calcul existente, pentru exprimarea lui Q_b se utilizează relaţiile (2) ... (4) care nu reflectă în suficientă măsură fenomenul fizic; concordanţa dintre valorile de calcul şi cele experimentale este în numeroase cazuri nesatisfăcătoare.

Pe baza rezultatelor experimentale obţinute la încercarea unui număr de circa 68 grinzi de mari dimensiuni (4,9 ... 18 m lungime) se propune pentru Q_b relaţia (5), care conţine principalii factori care influenţează capacitatea de rezistenţă la forţe tăietoare.

Se consideră, de asemenea, că pentru elementele cu armătură preîntinsă şi rezemare redusă (10 ... 15 cm) este absolut obligatorie verificarea la momente încovoietoare în secţiuni înclinate cu relaţia (6) şi se propune determinarea lungimii de ancorare l_a funcţie de mărimea intrării armăturii în beton, la transfer, Δl_r, cu relaţia (9).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXVI (XXVI), fasc. 3—4, 1976
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 624.01

GRINZI CU PANTĂ OBȚINUTE DIN PROFILE LAMINATE DUBLU T

DE

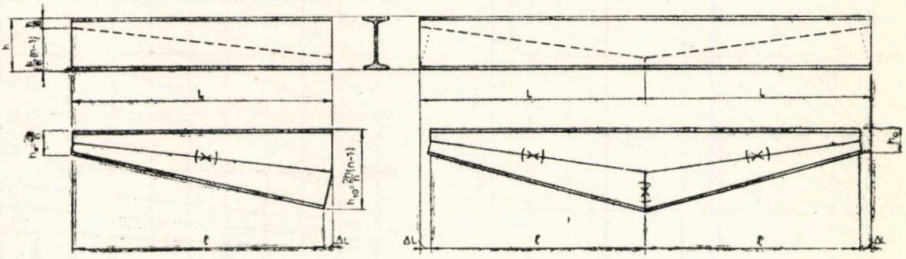
I. DUMITRESCU, RUDOLF MÜHLBÄCHER, ANDREI GNĂDIG
și ȘT. MARINESCU

1. Introducere

Caracteristicile profilelor dublu T laminate rezultă, în general, cu eficiență mai redusă decît cea potențială, din condiții de laminare. Operații simple tehnologice pot conduce la creșterea capacității portante prin mai multe procedee, de preferință automatizate, obținîndu-se : a) profile tăiate și resudate cu moment de inerție variabil, b) profile ajurate cu goluri de diverse forme, c) profile alcătuite din corniere laminate cu plăcuțe etc. Folosirea unor astfel de soluții conduce la economii de oțel pentru bare încovoiate (grinzi pentru pane, grinzi pentru planșee, console etc.) fără ca sporul prețului manoperei să fie însemnat.

2. Grafice cu caracteristici ale grinzilor dublu T cu pantă formate prin tăiere și sudare

Grinzile cu pantă se pot realiza prin tăierea laminatelor dublu T după o linie dreaptă înclinată și resudarea lor în poziție întoarsă, soluție aplicabilă la console (fig. 1 *a*) sau tăierea după o linie în V simetrică, întoarcere și resudare, soluție utilizabilă la elemente simplu rezemate (fig. 1 *b*). Pantele de tăiere pot fi variabile, înălțimile extreme uzuale fiind de 0,4 h și 1,6 h, soluție luată în considerare în această lucrare.



a) b)

Fig. 1

Prin tăieturile înclinate și cele de ajustare ale capetelor necesare la realizarea grinzilor, lungimea inițială se reduce cu ΔL la grinzile cu o pantă (fig. 1 *a*) și cu $2\Delta L$ la cele cu două pante (fig. 1 *b*). Deși aceste scurtări sînt în general mici pentru cazurile curente, ele trebuie considerate la confecționare.

GRAFICE

CU CARACTERISTICI ALE GRINZILOR CU PANTĂ FORMATE PRIN TĂIERE ȘI SUDARE

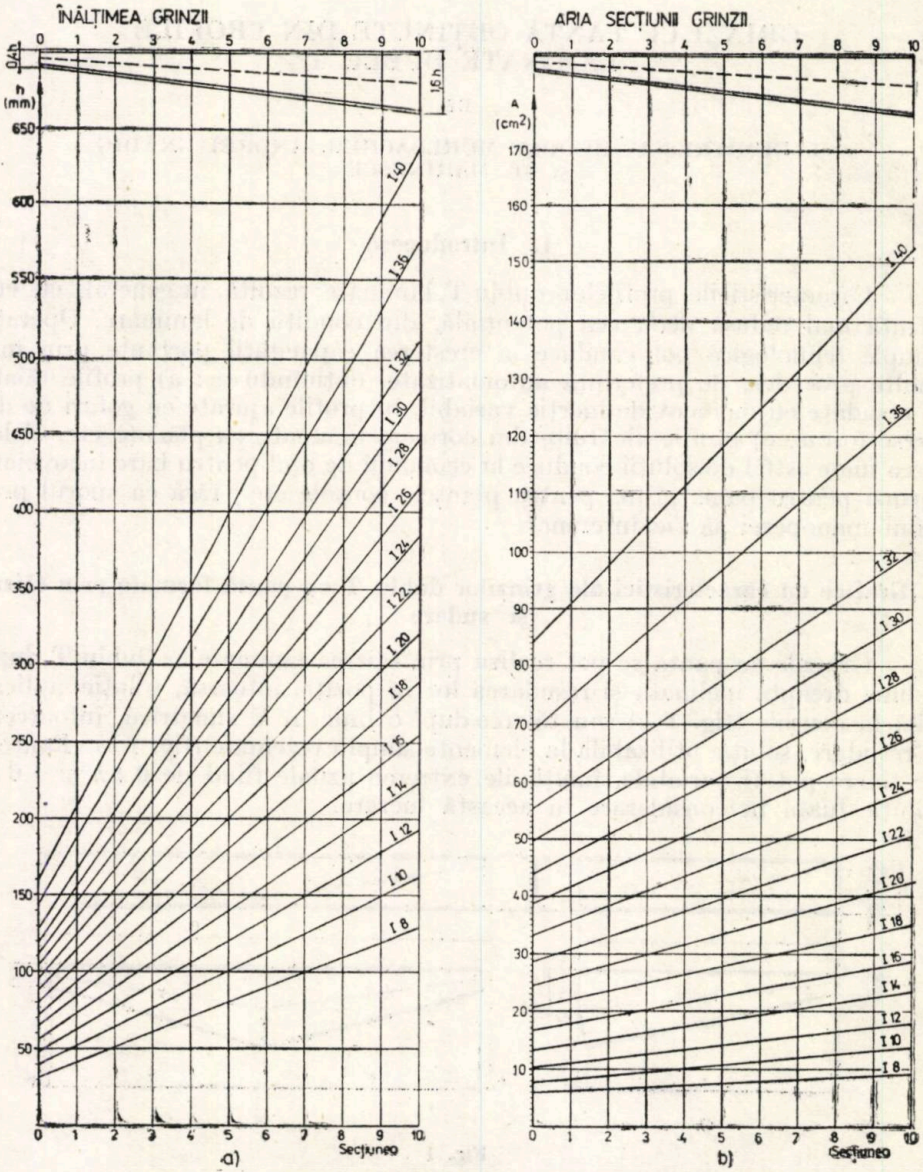


Fig. 2

GRAFICE

CU CARACTERISTICI ALE GRINZILOR I CU PANTĂ FORMATE PRIN TĂIERE ŞI SUDARE

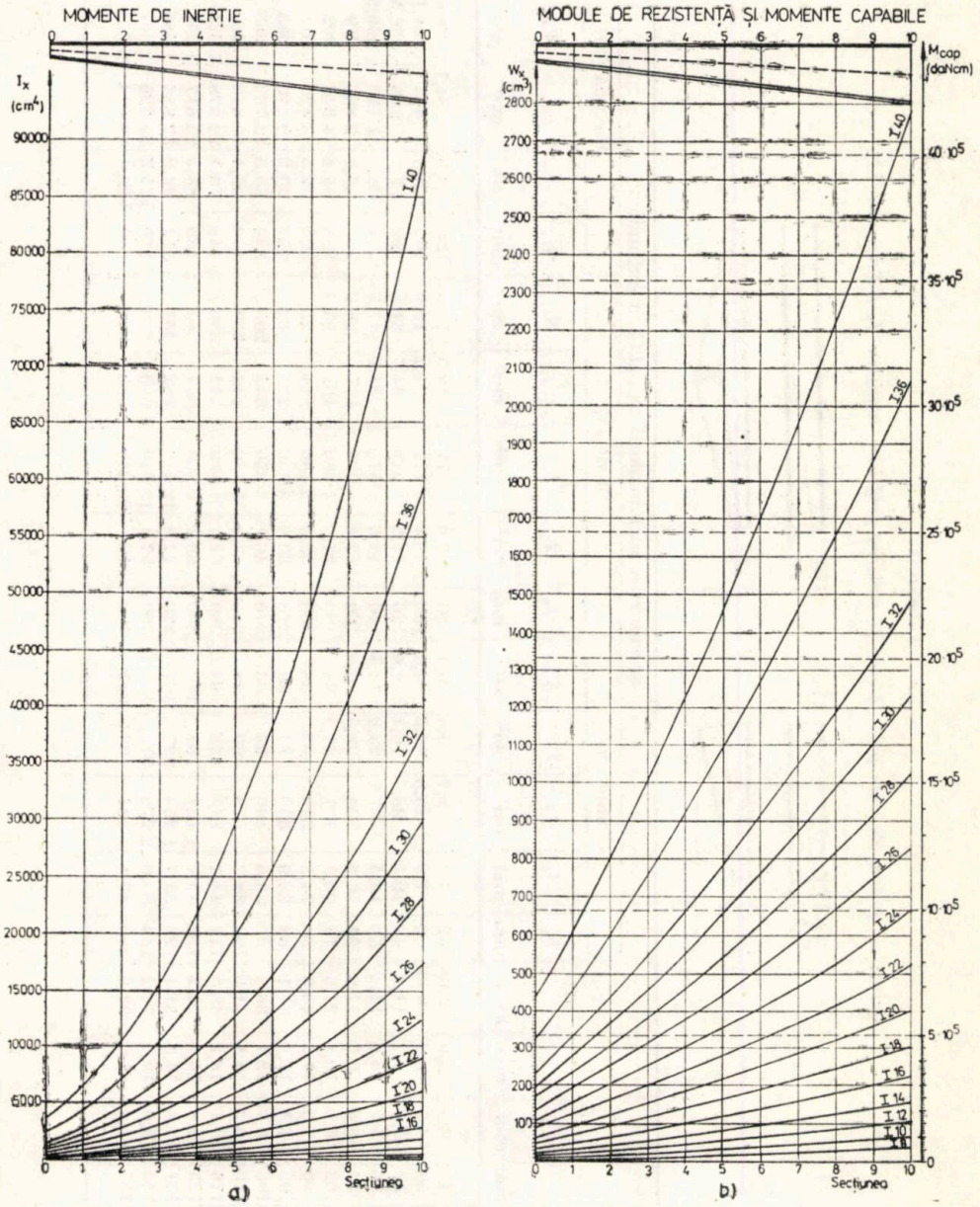
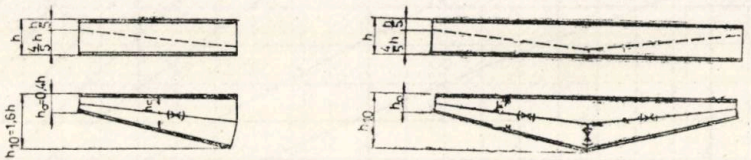


Fig. 3

Tabelul 1

Grinzi cu pantă obținute prin tăierea și sudarea profilelor laminate I, STAS 565/71



Profil I inițial h_5	b	$d = R$	t	Masa G	Caracteristici ale grinzilor I cu pantă în secțiunile :														
					Minimă (0)					Medie (5)					Maximă (10)				
					h_0	A_0	I_{x^0}	W_{x_0}	S_{x_0}	h_5	A_5	I_{x_5}	W_{x_5}	S_{x_5}	h_{10}	A_{10}	$I_{x_{10}}$	$W_{x_{10}}$	$S_{x_{10}}$
cm	mm	mm	mm	kg/m	mm	mm	cm⁴	cm³	cm³	mm	cm²	cm⁴	cm³	cm³	mm	cm²	cm⁴	cm³	cm³
8	42	3,9	5,9	5,95	32	5,7	8,7	5,4	3,4	80	7,6	77	19,5	11,4	128	9,5	234,1	36,6	21,6
10	50	4,5	6,8	8,32	40	7,9	20,9	10,5	6,0	100	10,6	171	34,2	19,9	160	13,3	513	64,1	37,8
12	58	5,1	7,7	11,2	48	10,5	38,5	16,1	9,6	120	14,2	328	54,7	31,8	192	17,9	984	102,5	60,6
14	66	5,7	8,6	14,4	56	13,5	67,1	24,0	14,4	140	18,3	573	81,9	47,7	224	23,1	1 723	153,8	91
16	74	6,3	9,5	17,9	64	16,8	104	32,5	20,6	160	22,8	935	117	68,0	256	28,9	2 806	219	130
18	82	6,9	10,4	21,9	72	20,5	171	47,5	28	180	27,9	1 450	161	93,4	288	35,4	4 345	302	178
20	90	7,5	11,3	26,3	80	24,5	249	62	38	200	33,5	2 140	214	125	320	42,5	6 429	402	239
22	98	8,1	12,2	31,1	88	28,9	358	81	49	220	39,6	3 060	278	162	352	50,3	9 210	523	310
24	106	8,7	13,1	36,2	96	33,6	496	103	63	240	46,1	4 250	354	206	384	58,6	12 733	663	394
26	113	9,4	14,1	41,9	104	38,7	673	129	78	260	53,4	5 740	442	257	416	68,1	17 313	832	493
28	119	10,1	15,2	48,0	112	44,1	886	158	95	280	61,1	7 590	542	316	448	78,1	22 878	1 021	608
30	125	10,8	16,2	54,2	120	49,7	1 144	191	115	300	69,1	9 800	653	381	480	88,5	29 617	1 234	734
32	131	11,5	17,3	61,1	128	55,7	1 454	227	137	320	77,8	12 510	782	457	512	99,9	37 884	1 480	882
36	143	13,0	19,5	76,2	144	69,0	2 279	317	190	360	97,1	19 610	1 090	638	576	125,2	59 525	2 067	1 236
40	155	14,4	21,6	92,6	160	83,4	3 381	423	255	400	118	29 210	1 460	857	640	152,6	88 914	2 779	1 665

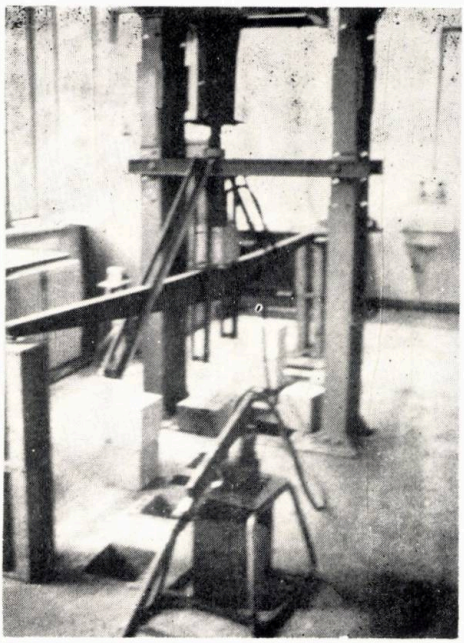


Fig. 4

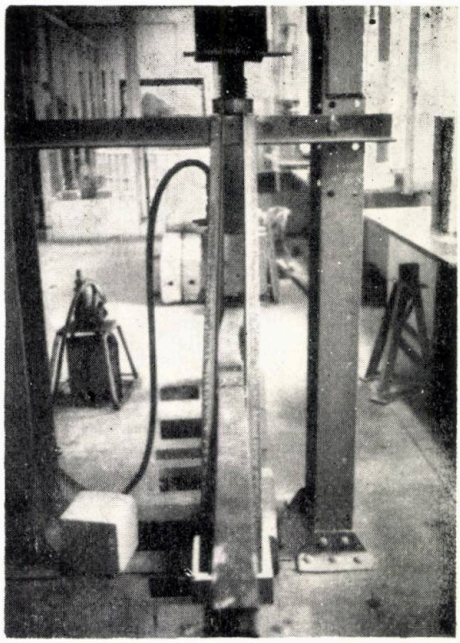


Fig. 5

Reducerea lungimii inițiale se calculează, în mod practic, cu expresia aproximativă:

$$\Delta L = \frac{2h^2(n-1)(n-2)}{Ln^2}. \quad (1)$$

La grinzile de lungimi mai mici, realizate din profile înalte, pentru păstrarea lungimii inițiale se pot introduce clinuri sudate.

Pentru profilele dublu T laminate în țară, conform STAS 565-71, sînt date în tabelul 1 caracteristicile principale ale acestor elemente pentru secțiunile cu înălțimi extreme: minimă (0), maximă (10) și medie (5).

În graficele din fig. 2 sînt reprezentate variația înălțimii h (cm) (fig. 2 *a*) și variația ariei A (cm²) (fig. 2 *b*), în lungul elementului, pentru sortimentul profilelor dublu T utilizat la noi în țară. În graficele din fig. 3 sînt indicate variațiile momentului de inerție I_x (cm⁴) (fig. 3 *a*), a modulelor de rezistență W_x (cm³) și a momentelor capabile M_{cap} (daNcm) (fig. 3 *b*) pentru același sortiment. Momentele capabile reprezentate pe scara din dreapta graficului din fig. 3 *b* sînt corespunzătoare oțelului normal de construcție OL 37 pentru gruparea fundamentală ($\sigma_a = 1\,500$ daN/cm²).

3. Utilizarea graficelor

Diagramele propuse sînt utile pentru dimensionarea lesnicioasă a grinzilor cu pantă, solicitate la încovoiere. Diagrama din fig. 3 *b* se utilizează pentru dimensionarea grafică prin metodele momentelor capabile și modulului de rezistență efectiv. La metoda momentelor capabile se trasează, obișnuit pe calc, înfășurătoarea momentelor maxime exterioare pentru întreaga consolă (la grinzi cu o pantă) și pentru o jumătate din deschiderea grinzilor simplu rezemate (la grinzi cu două pante) corespunzător lungimii din abscisă (între 0...10) la scara momentelor reprezentată în ordonata din dreapta graficului (valabilă numai pentru $\sigma_a = 1\,500$ daN/cm², adică OL 37 — gruparea fundamentală). Prin suprapunere se determină numărul profilului cu pantă a cărui curbă a momentelor capabile acoperă înfășurătoarea diagramei momentelor exterioare. Pentru alte calități de oțeluri și alte grupări de încărcări se utilizează, în mod analog, metoda modulelor de rezistență efective, folosindu-se ordonata W (fig. 3 *b* — stînga). Graficele permit stabilirea caracteristicilor principale ale secțiunilor și în cazul grinzilor cu alte pante (mai mici — deci pentrualte rapoarte h/n) prin folosirea înălțimilor de capăt, corespunzătoare uuor valori intermediare aflate între secțiunile 0...10 din grafice.

Verificarea rigidității grinzilor se face prin metodele cunoscute, preferabil prin utilizarea regulei S i m p s o n. În acest scop momentele de inerție pentru orice secțiune în lungul grinzii se determină din fig. 3 *a*. Se poate utiliza acoperitor, pentru verificarea de rigiditate, relația [3]:

$$f_{ef} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_{max}\, l^2}{EI_{max}} \left(1 + \frac{3}{25}\alpha\right), \quad (2)$$

unde: M_{max} — momentul încovoietor maxim exterior, l — deschiderea grinzii, E — modulul de rezistență, I_{max} — momentul de inerție maxim (I_{10}), $\alpha = (I_{max} - I_{min})/I_{min}$, I_{min} — momentul de inerție minim (I_0).

Pentru restul verificărilor sînt utile și graficele din fig. 2 (de exemplu în vederea stabilirii razei de inerție în orice secțiune intermediară).

4. Încercări experimentale

În vederea verificării comportării reale a grinzilor cu pantă, în ceea ce privește tensiunile și deformațiile elastice, s-au efectuat încercări pe grinzi cu pantă, confecționate din oțeluri dublu T, marca OL 37, încărcate cu o forță concentrată dispusă la mijlocul deschiderii grinzii și aplicată static, situație dezavantajoasă pentru secțiunea centrală (fig. 4 și 5). Rezultatele măsurătorilor efectuate se pot considera în concordanță cu rezultatele calculelor.

La grinzi cu două pante, cu sudura de înnădire a tălpii în zona întinsă, este necesar controlul cordonului cu mijloace perfecționate (clasa I A), pentru asigurarea aceleiași rezistențe a sudurii cu materialul de bază.

5. Concluzii

Folosirea grinzilor studiate la elemente de mare serie conduce la economii însemnate de oțel în construcții, fiind avantajoasă mai ales în cazul unei confecționări automatizate.

Primită la 12 martie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de construcții civile și industriale

BIBLIOGRAFIE

1. Dumitrescu I., Mühlbächer R., Gnädig A., Grapă C., Popescu E., Tofan D., Pintilie E., Marinescu St., *Soluții economice pentru panele acoperișurilor la construcții metalice industriale.* BIT, Economia construcțiilor, *10*, 7—8 (1972).
2. * * * *Stahl im Hochbau.* 13. Auflage, Verlag Stahleisen, Düsseldorf, 1967.
3. Bleich F., *Stahlhochbauten.* Springer Verlag, Berlin, 1936.

DACHFÖRMIG GETRENNTE UND WIEDER VERSCHWEISSTE I-TRÄGER

(Zusammenfassung)

Es werden die statischen Werte für dachförmig getrennte und wieder verschweißte I-Träger für die rumänischen Normalprofile laut STAS 565-71 an Hand von Tabellen und Diagrammen angegeben. Gleichzeitig wurden statische Versuche ausgeführt zwecks Vergleich der Spannungen und Durchbiegungen mit den berechneten, wobei man eine gute Übereinstimmung fand.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. K. 691.3

THE NEW TECHNOLOGIES OF THERMICAL TREATMENT OF THE CONCRETE

BY

SERGIU COROBCEANU and N. FLOREA

1. It is known that the centralized execution of the steel concrete prefabricated elements in factories, platforms or specialized works using the high efficiency equipments permit the obtaining of two important advantages which correspond to the requirements in the construction field : a) the increasing of the labour productivity, b) the realization of a constant quality of the production.

In order to eliminate the wellknown desadvantage regarding to relatively slow rate of hardening of the concrete the work that produce these prefabricated elements use the thermical processes for the acceleration or hardening of the concrets. So the physical and chemical processes that appear and determine the hardening of the concrete take place in a shorter period of time comparing with that of hardening in normal conditions of temperature and humidity [1], [2], [4], [6] ; this gives the possibility to deliver the prefabricating elements to the user in a period of seven days or even a shorter one from their execution.

2. The thermic treatment of the concrete is a cyclical one consisting (in the conditions of our country) of four periods : waiting time, rising of the temperature, isothermic treatment and cooling. These periods have no strict limits and they follow one after another, the duration of these is in function of mineral nature of the used cement, of its dosage, of W/C ratio and the final resistance of the prefabricated elements.

In order to have the prefabricated elements of a good quality it is necessary a correct selection and application of the thermic cycles.

But, even in the case of a correct thermotechnical dimensioning and in the case of respecting in practice the preestablished caracteristics of the thermic cycles, the structure of the thermic treated concrete presents more deffects, and the resistance and durability characteristics of this concrete are always inferior to those of the concretes hardened in normal conditions [4]... [6]. The causes that determined these unfavourable changes were thoroughly analized [1], [4] and we can say that they are due especially to the two esential desadvantages of the present technologies of the thermic treatment :

1° In the period of the rising of the temperature, water and air inclusions are dilated much more than the rest of the components, while the concrete is only partially hardened ; as the structure of the concrete has not yet the sufficient resistance bonds which are necessary to take over the tensions produced by this effect, in the cement stone and concrete there is developed a network of micro- and macroscopical fissures, structural deffects which superpose on the deffects that appear in the period of decreasing of the temperature. All of these deffects produce an evident reduction of the quality of the elements.

2° The chemical potential of the cement is used in a reduced degree as a consequence of the shielding action of the nonhydrated cement nuclei and their tendency of agglomeration ; also the duration contact of the cement with water takes place at the temperatures (85°...100°C) for which the physical properties of the water that appear in the hydratation and hardening processes of the cement paste are not the most favourable. They form a new source of reduction of the resistance of the thermical treated concretes.

Certainly, according to the mass-action law known in the chemical kinematics, concurrently with the rising of the temperature, the hardening of the concrete would be intensified two times more at every 10°C ; but in practice this intensification of the hardening is increased only 1.2...1.7 times owing to the influence of the distructive elements that appear in the time of rising of the temperature. Those phenomena characterize all of the heterogeneous reactions according to the diffusion and mutation of the new compounds [2].

3. In order to reduce in a certain degree the resistance losses observed in the case of thermical treated concretes, the actual technologies of the thermical treatment were improved by introduction of an initial waiting time (1...5 hours) at the normal temperature after the pouring of the concrete in the forms. This initial waiting time was introduced in order to assure a minimum resistance which must take over in the best conditions the tensions produced by the differentiated dilatation of the concrete components in the time of the temperature rising and in order to reduce the effect of shielding of the nuclei of nonhydrated cement; besides, it is recommended to increase the consumption of the cement in the thermical treated concrete.

The proposed solutions improve partially the quality of thermical treated concretes, but they reduce the efficiency of the proceedings by : a) the additional time necessary for waiting period in which forms, equipment and technological spaces are occupied supplementary ; b) the increasing of the cost price of the thermical treated prefabricated elements as a consequence of the reduction of the productivity in the industrial units and the increasing of the cement consumption.

4. Analizing the elements which participate in the structural formation of the thermical treated concrete, the Steel-Concrete Department of the Polytechnic Institute of Jassy proposed and tested a new technology, which consists in preparing the concrete in a heated state at a temperature considered to be the optimal one (65°...70°C), after which the concrete is poured and intensely vibrated in forms which are also heated at the same

temperature ; after that the concrete is subjected to the direct isothermical treatment.

In order to obtain a more uniform hydratation of the surface of the cement granules, an homogenous dispersion of these granules in the mixture, an improving of the contact between cement and water and the reducing of the shielding effect, the above mentioned proceeding is supplemented with a new technology of preparing the cement milk [5]. It consists in forced mixing of the cement milk in an agitator with high rotation speed (minimum 1 500 rot/min), in two phases, after which the cement milk is introduced in the normal circuit of the preparing of the concrete.

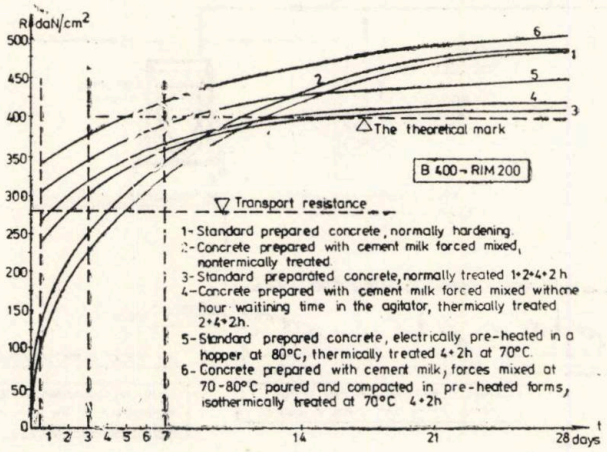


Fig. 1. — The influence of mode of preparation and thermical treatment upon the concrete M 400 with cement RIM 200 (special cement with rapid hardening).

The resistance values obtained at different terms on thermical treated concrete samples, according to the classical proceeding and the proposed proceeding enabled us to trace the curbs presented in Fig. 1. The composition of concrete corresponded to the concrete mark M 400, and the used cement was of type RIM 200 (special cement with rapid hardening). The results of the testing of the six groups of samples point out clearly that the important reduction of structure deffects which appear in the period of temperature rising and the intensification of the hydratating processes are reflected favourable in the resistance characteristics of the thermical treated concrete. Besides the practical application of the new technology it permits the reduction of the thermical treatment cycle and the increasing of the productivity in the prefabricate production units, simultaneously with the reducing of the cost prices.

There is mentioned the fact that the previous preparation of the cement milk by forced mixing can be made (in function of the real conditions) either of the normal temperature (20°C), or at 70°C. The temperature of 70°C assure a good intensification of the hydratation processes, and the thermical cycle itself consists of, in this case, only of the isothermical treatment and

cooling periods. But in spite of these advantages, this proceeding can be applied only when the actual conditions of execution of the prefabricates permit the perform in a minimum time of all the operations of transpor-

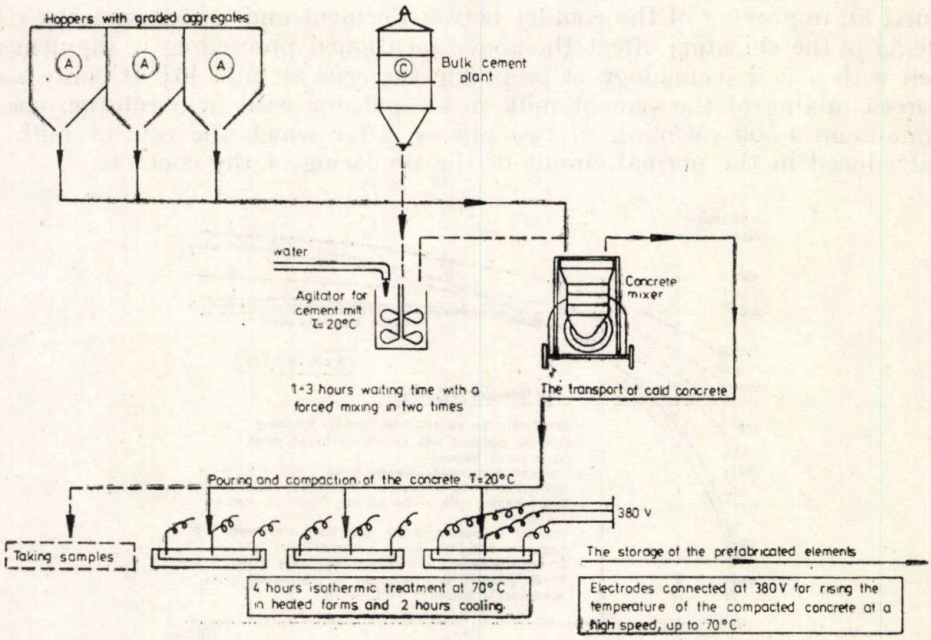


Fig. 2. — The technological scheme of the preparation and thermical treatment of the concrete.

ting, pouring and compacting the hot concrete. If this condition is not respected the partial hardening of the concrete begins in the time of the performing of the above mentioned operations, the vibration of the concrete gives a low efficiency and the final resistances of the steel concrete prefabricates can not be reached.

5. In order to avoid the premature hardening of the hot concrete in the time of its manipulation, there is indicated another variant of the proceeding, by which the concrete is prepared, transported and poured in cold state (20°C); the technological scheme of this proceeding is indicated in Fig. 2; this proceeding is characterized by the following details:

a) The preparation of the cement milk is made in a mixer, at the normal temperature with a waiting time of 1...3 hours, in function of the used cement; the forced mixing is made obligatorily in two times, each of which is lasting 3 min. So it is obtained an intimate contact between the granules of the cement and water, and the incipient reactions of hydratation are not begining in the forms but in a specially provided production annex.

b) The cement milk so prepared is introduced in the concrete mixer over the proportionned aggregates, the mixing process being normally performed.

c) The concrete is transported in a non-heated state, it is poured in forms and intensely vibrated with high frequency vibrators, in order to destroy the non-essential crystals of tricalcium hydroaluminate formed in the waiting period, and to obtain a compact, improved structure of the cement stone.

d) After that, by means of electrodes introduced in the forms (the electrodes are connected directly to 380 V), the temperature of the concrete is increased with high speed, in a few minutes, to 70°...75°C; in this way the mechanical action of dilatation of the included water and air is directed upon a mass of concrete which is yet non-coherent, without giving tensions which are unfavourable for the structure.

e) In the moment when the optimal temperature is reached the electrodes are interrupted, following the period of isothermical treatment which lasts four hours (by means of the heated form) and after that the cooling period follows (this period is unchanged).

The rational association of the two thermical agents — the electrical current and the low pressure steam, in a technological circuit in which there were used optimally, the majority of the factors which take part in the structural formation of the thermical treated concrete permits the reduction of the time of treatment cycle with approximately 20...25% simultaneously with an essential amelioration of the resistance and durability characteristics of the prefabricated elements obtained in this way.

Received, January 12, 1976

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Steel-Concrete and
Hydrotechnic Constructions

REFERENCES

1. Corobceanu S., *Cercetări privind influenţa preîncălzirii componenţilor betonului asupra proprietăţilor mecanice ale betonului, în vederea reducerii ciclului de tratament termic.* Communication presented at the VIII th Scientific Session of the Polytechnic Institute, Jassy, September 28—30, 1967.
2. Ганин В. П., *Температурные коэффициенты кинетики твердения бетона.* Строительство и архитектура, *6* (1975).
3. Franjetič Z., *La prise rapide du béton.* BIBM, Barcelona, 1973.
4. Mihul A., Corobceanu S., *Un nou procedeu de execuţie a elementelor prefabricate din beton armat.* Bul. Instit. polit. Iaşi, XI (XV), *3—4*, 417—422 (1965)
5. Mihul A., Corobceanu S., *Bezüglich der struktur Defekte der thermisch behandelten Zementbeton.* Communication presented at the 5th International Conference with regard to the Construction Materials and Silicates, Weimar, September, 17—21, 1973.
6. Миронов С. А., Малинина А., *Ускорение твердения бетона.* Изд. И.И.С., М., 1964.

NOI PROCEDEE TEHNOLOGICE DE TRATAMENT TERMIC A BETONULUI

(Rezumat)

Se prezintă noi procedee tehnologice pentru prepararea şi tratamentul termic a betonului cu scopul de a reduce defectele de structură şi durata ciclului tratamentului termic. Se analizează posibilitatea utilizării optime a potenţialului chimic a cimentului simultan cu o utilizare mai eficientă a echipamentului şi procesului tehnologic cu scopul de a creşte productivitatea unităţilor care produc elemente prefabricate.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D. C. 666

ON SHEAR BEHAVIOUR OF GRP AND RIGID POLYURETHANIC FOAM SANDWICH ELEMENTS

BY

N. ŢĂRANU, M. BUDESCU and I. FILIPESCU

1. Introduction

Structural sandwich is a layered composite formed by bonding two thin facings to a thick lightweight core. The core spaces the facings, transmits shear between them and provides most of the shear rigidity of the sandwich construction.

Consequently, the design methods should account for core shear deformation, because of the low effective shear modulus of the core. A great importance in achieving the sandwich effect has the shear behaviour of the interface, especially for glass reinforced polyesters facings and polyurethanic foam cores where the special adhesive layer is not used, the foam being foamed into the laminated facings.

Therefore a good knowledge of shear properties of a sandwich construction for both core and element is very important to any designer wishing to employ GRP and polyurethanic foam sandwich structures.

2. Test Conditions

Much attention has been given in the literature [1] to the best choice of a method to determine the shear properties of sandwich constructions.

Among the existing methods, the most suitable for GRP and polyurethanic foam sandwich element seems to be that presented in ASTM C-273, which covers the determination of shear properties of sandwich constructions associated with shear distorsion of planes parallel to the edge plane of the sandwich.

Tests were performed to obtain the foam shear strength, the foam and the element shear modulus associated with strains in a plane normal to the facings, and also the shear adhesion between GRP facings and polyurethane foam core.

The test specimens of rigid foams had a thickness equal to that of the thickness of the sandwich core ; the other dimensions (Fig. 1), were selected in such a way that secondary stresses had a minimum effect [2].

The core samples were cut with a high speed circular saw from foam boards kept about two months after formation in normal conditions of humidity and temperature, while the sandwich specimens were formed by cutting them from full scale panels. A special testing apparatus (Fig. 2), was designed by the authors, to fulfill standard requirements. It assures the load to pass through the diagonally opposite corners and a perfect aligning of the end forces. The joint system was designed in such a way that the load acted uniformly across the width of the specimen.

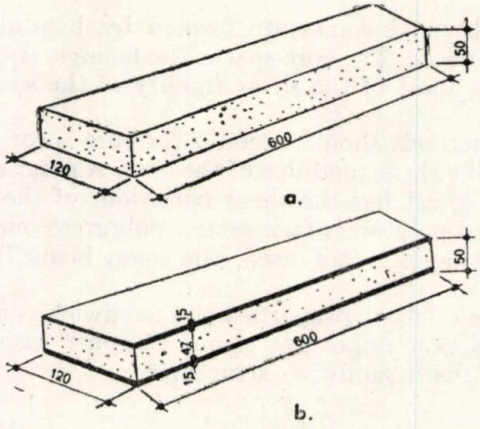


Fig. 1. — Samples for shear test: *a* — foam specimen; *b* — sandwich specimen.

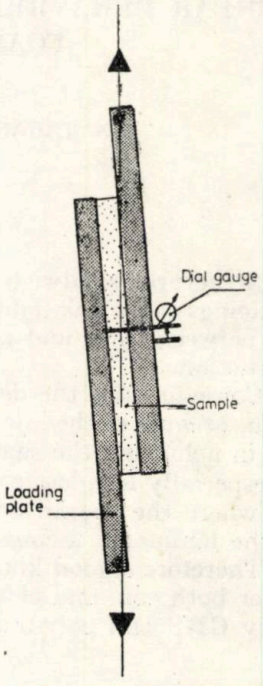


Fig. 2. — The shear apparatus scheme.

An Universal VE Thuringer Industrie Werk Ranenstein testing machine capable of operation at a constant rate of motion of the movable head, was used to apply the load on the test specimens.

In order to assure an accurate determination of the shear properties, the test was conducted under continuously applied load, the readings being taken at steps of 200 N.

3. Shear Behaviour of Rigid Polyurethanic Foams

The samples, described in § 2, were bonded between the two steel loading face plates with Evidur adhesive, and kept into three wood clamps (Fig. 3), until a good adhesion was obtained [5]. Five specimens of each den-

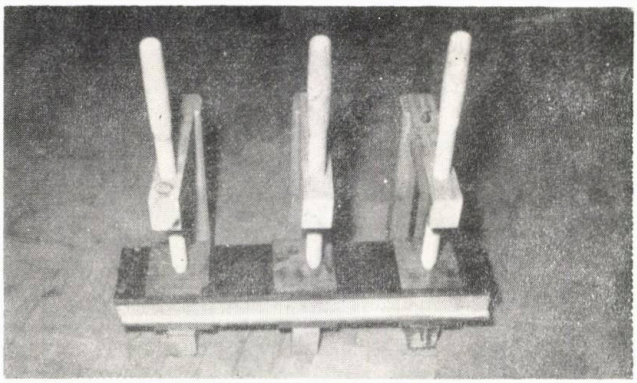


Fig. 3. — The sample preparation for shear test.

sity were loaded at a constant rate of testing head movement equal to 0.2 mm/min such that the maximum load occured within 3 ... 6 min.

Deformation data were read on dial-gauges having a reading precision of 0.001 mm, placed on both sides of the testing device, and load data were read on the testing machine control panel.

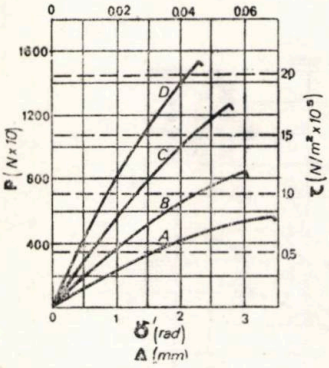


Fig. 4. — Shear — stress/shear — strain curves of polyurethane foams of various densities: A — $\rho = 40$ kg/m³, B — $\rho = 60$ kg/m³, C — $\rho = 80$ kg/m³, D — $\rho = 100$ kg/m³.

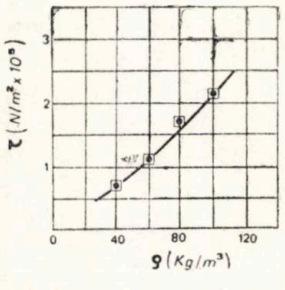


Fig. 5. — Variation of shear strength with density for polyurethanic foams.

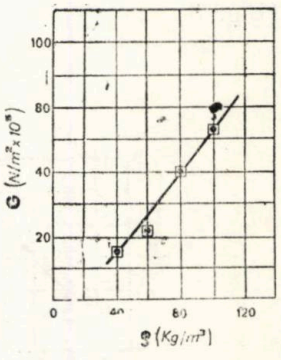


Fig. 6. — Variation of shear modulus with density for polyurethanic foams.

The dial-gauge readings are the relative displacement between the rigid plates of the testing apparatus ; from those data, the shear strain values could have been calculated. The shear strength was computed dividing the maximum load by rupture area (length × width of the specimen). Four diagrams based on average load — deformation data are drawn in Fig. 4.

As a rough approximation, the foam shear properties may be assumed to be proportional to the foam density [3], [4]. From our experimental data the shear strength and the shear modulus had the variation shown in Figs. 5 and 6.

The final failures of core samples are presented in Fig. 7.

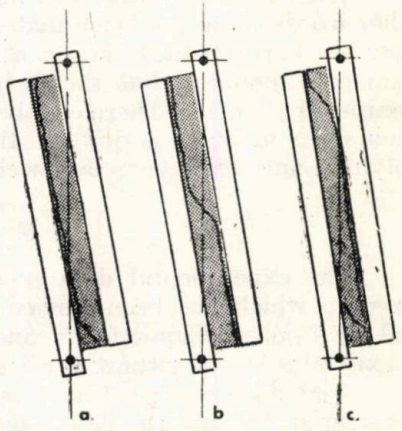


Fig. 7. — Failure modes of core specimens : a — light foam, b — medium weight foam, c — heavy foam.

4. Shear Behaviour of Sandwich Elements

An experimental program has been carried out to get information on sandwich elements made of GRP and poly-

urethane foams [6]. The sandwich samples were prepared for shear test as described in the previous chapter.

Two main characteristics were especially observed : the shear core — facings adhesion and the shear modulus of the whole element. It has been noticed that the foam — GRP shear adhesion has shown an almost linear increase with respect to the foam density, within experimented range 40 ... 100 kg/m³ (Fig. 8).

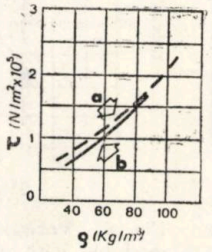


Fig. 8. — Comparison between shear strength and shear adhesion : *a* — shear strength curve, *b* — shear adhesion curve.

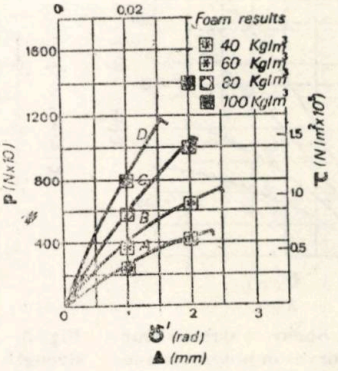


Fig. 10. — Comparison between core and sandwich shear—stress, shear — strain curves : $A - \rho = 40$ kg/m³, $B - \rho = 60$ kg/m³, $C - \rho = 80$ kg/m³, $D - \rho = 100$ kg/m³.

Some air pockets, due to fabrication faults at the interface determined the type of shear failure (Fig. 9).

The sandwich shear modulus is that of the materials combination, in other words all the sandwich material is considered acting together. It resulted, from the experimental data, that sandwich shear modulus is a little greater than core modulus, but the facings contribution did not seem to be very significant (Fig. 10). Therefore the use of core shear modulus instead of sandwich shear modulus is quite justified when total deflection of an GRP and polyurethanic foam core sandwich is computed.

5. Conclusion

The experimental data presented in this paper summarize a testing program which has been carried out to show that glass reinforced polyesters and rigid polyurethanic foam sandwich elements are products of certain value among plastics structural applications.

A good knowledge of shear properties for both core and sandwich element is essential, because the design methods should account for core shear deformation, while core — facing adhesion is important in achieving the sandwich effect.

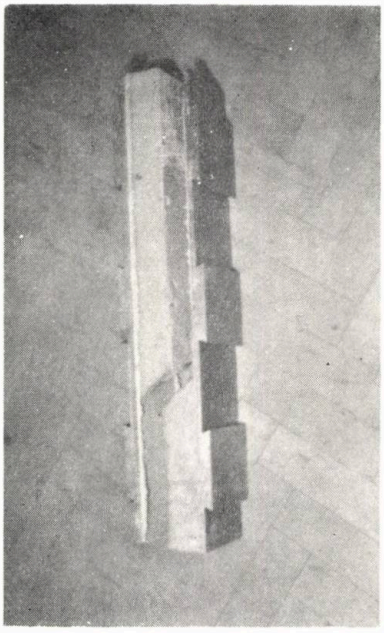


Fig. 9. — The influence of an air pocket on failure of the sandwich sample.

It has been realized from sandwich element test that the core shear strength was higher than core—face adhesion. This aspect calls for a improved fabrication method which is also required in order to avoid any large air pocket that could start the interface shear failure.

All studied properties show a roughly linear increase with the foam density, but since the use of light core stands for the best virtues of the sandwich structures, the foam density should not exceed the economical values.

Received, August 30, 1976

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Civil Engineering

REFERENCES

1. Allen H. G., *Analysis and Design of Structural Sandwich Panels.* Pergamon Press, London, 1969.
2. * * * ASTM C-273 : *Standard Method of Shear Test in Flatwise Plane of Flat Sandwich Constructions or Sandwich Cores.*
3. Benjamin B. S., *Structural Design with Plastics.* Van Nostrand, Toronto, 1969.
4. Plantema F. J., *Sandwich Construction.* J. Wiley. a. Sons, Inc., New York, 1969.
5. Ţăranu N., Budescu M., *Determinarea caracteristicilor mecanice ale unor spume poliuretanice rigide de diverse greutăţi specifice aparente.* Contract Polytechnic Institute, Jassy — I.C.P.M.C. Bucharest, Part I, nr. *19 655* (1973).
6 Ţăranu N., Budescu M., *Comportarea unor elemente sandviş cu feţele din poliesteri armaţi cu fibre de sticlă şi miezul din spumă poliuretanică rigidă la încovoiere, forfecare şi întindere în direcţie normală pe straturi.* Contract Polytechnic Institute Jassy — I.C.P.M.C., Bucharest, Part II, nr. *19 655* (1973).

ASUPRA COMPORTĂRII LA FORFECARE A ELEMENTELOR SANDVIŞ DIN POLIESTERI ARMAŢI CU FIBRĂ DE STICLĂ ŞI SPUME POLIURETANICE RIGIDE

(Rezumat)

Se studiază unele caracteristici mecanice privind comportarea la forfecare a miezurilor din spume poliuretanice rigide şi a elementelor sandviş alcătuite din PAS şi spume poliuretanice.

Se prezintă metodologia de încercare pe spume şi pe elemente sandviş, contribuţia autorilor la realizarea unui dispozitiv perfecţionat de încercare şi rezultatele experimentale obţinute.

Din analiza rezultatelor obţinute se desprind unele concluzii privind influenţa densităţii spumei asupra rezistenţei la forfecare, aderenţei faţă — miez şi a modulului de elasticitate la forfecare, atît a miezului cît şi a elementului stratificat în ansamblu.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 539.4; 691.33

COMPORTAREA VÎSCOELASTICĂ A POLIAMIDEI 6 BLOC

I. FLUAJUL

DE

MARIA PINTILIE

1. Introducere

În studiul comportării mecanice a materialelor plastice se folosesc căile teoretice și experimentale avînd la bază principiile vîscoelasticității liniare și neliniare.

Fenomenele vîscoelastice, evidențiate prin procese de fluaj și relaxare, diferă foarte mult de la un polimer la altul, ele fiind strîns legate de compoziția chimică, structura moleculară, gradul de cristalinitate, temperatură, viteză și modul de solicitare [9].

Lucrările de sinteză elaborate de Alfrey [1], Tobolski [10], Ferry [4], Nielsen [8], Brankov [3], Baer [2], Meares [7] și alții au condus la răspîndirea aplicării teoriei vîscoelasticității în studiul polimerilor.

Studiul vîscoelastic al unui material se poate efectua pe trei căi:

1° Elaborarea unor modele teoretice capabile să ilustreze comportarea materialului.

2° Aplicarea metodelor bazate pe considerații teoretice.

3° Efectuarea unor încercări (fluaj, relaxare, solicitări dinamice) și deducerea unor relații empirice.

În lucrare se prezintă rezultatele obținute cu privire la comportarea elasto-vîscoasă a poliamidei 6 bloc.

2. Studiul experimental

În scopul definirii comportării elasto-vîscoase a poliamidei luate în studiu s-a folosit ca încercare de bază fluajul; prin solicitare la tracțiune, în condiții de temperatura camerei (20°... 22°C) și umiditate normală, în domeniul optim de folosire al materialului (din punct de vedere al rezistenței și deformabilității). Poliamida studiată are rezistența la rupere $\sigma_r = 625$ daN/cm^2.

La încercări de scurtă durată a fost pus în evidență caracterul elasto-vîscos al materialului prin curbele de histerezis.

S-a fixat domeniul de studiu la fluaj avînd ca limită $\sigma = 170$ daN/cm^2.

Epruvetele au fost confecționate prin prelucrare mecanică, din materialul livrat de către Uzina de fibre sintetice, Săvinești.

Încercarea la fluaj s-a efectuat pe un dispozitiv conceput de autor, cu posibilitatea de solicitare simultană a 11 epruvete.

Fluajul a fost urmărit timp de 1 000 ore încărcare și 1 000 ore descărcare sub sarcină constantă, cu respectarea normelor ASTM D 674-1961 și STAS 9 046-71.

Din încercările întreprinse s-au obținut cinci grupe de curbe, corespunzătoare următoarelor trepte medii de încărcare : $\sigma = 86$ daN/cm^2 ; $\sigma = 102$ daN/cm^2; $\sigma = 125$ daN/cm^2 ; $\sigma = 149$ daN/cm^2 și $\sigma = 166$ daN/cm^2.

În fig. 1 sînt reprezentate curbele obținute la fluaj, în coordonate $\varepsilon - t$, pentru 1 000 ore încărcare și 1 000 ore revenire.

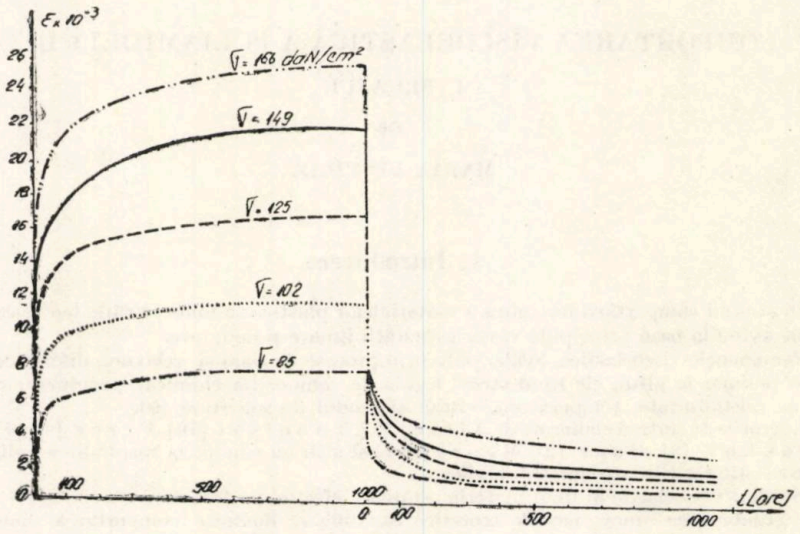


Fig. 1

Din rezultatele obținute la încercarea la fluaj prin tracțiune, pe curbele trasate la încărcare se disting următoarele zone (fig. 2) :

a) Deformația inițială ε_1 : în momentul aplicării sarcinii epruveta suferă o deformație instantanee.

b) Fluajul primar, porțiune în care viteza de deformație este ridicată. Fluajul primar durează 250 ore pînă la 350 ore, în funcție de efortul unitar.

c) Fluajul secundar, porțiune în care viteza fluajului descrește treptat pînă se anulează, după 700 ... 800 ore de solicitare, deformația devenind constantă în timp.

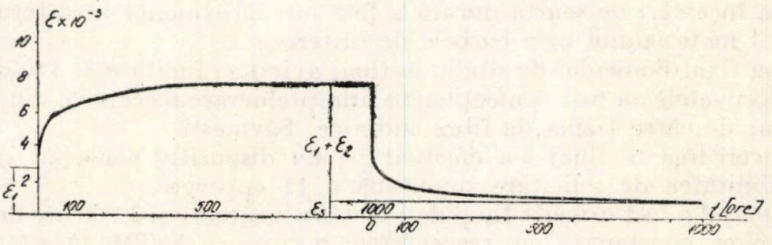


Fig. 2

Pe curbele obținute în domeniul de descărcare al epruvetei se observă de asemenea trei zone (fig. 2) : a) zona revenirii elastice instantanee ; b) zona revenirii deformației elastice întîrziate ; c) zona de menținere a deformației remanente ε_3.

În tabelul 1 se dau cîteva valori ale deformației rezultate din încercările la fluaj, necesare folosirii materialului.

Tabelul 1

Deformația specifică \ Efortul unitar σ daN/cm²	86	102	125	149	166
Deformația inițială ε_1 [%]	0,28	0,44	0,69	1,06	1,35
Deformația maximă $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ [%]	0,78	1,12	1,68	2,17	2,57
Deformația remanentă ε_3 [%]	0,09	0,13	0,17	0,22	0,30

În fig. 2 s-au reprezentat următoarele componente ale deformației : ε_1 — deformația inițială, ε_2 — deformația elastic întîrziată, ε_3 — deformația remanentă.

Prin împărțirea deformației specifice $\varepsilon(t)$ la efortul unitar aplicat s-au calculat valorile funcției

$$D(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma}, \tag{1}$$

denumită *componenta la fluaj*.

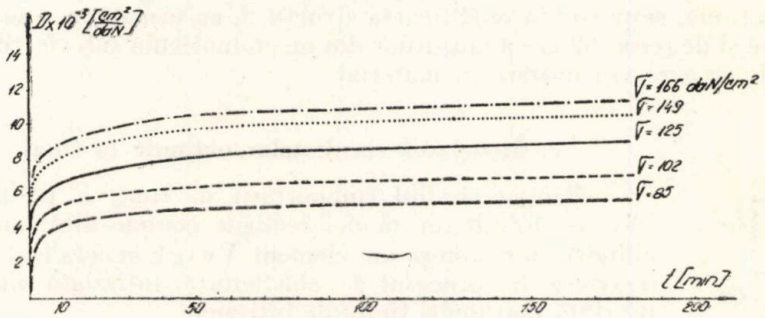


Fig. 3

În fig. 3 sînt reprezentate curbele „componentei la fluaj". Cu cît încărcarea crește, cu atît componenta la fluaj are valori mai mari, adică modulul aparent scade. Acest fapt ilustrează neliniaritatea dependenței dintre efortul unitar și deformația specifică la aplicarea unei sarcini constante în timp. Materialul studiat este un termoplast constituit din macromolecule monodi-

mensionale, filiforme, alcătuite din lanțuri lungi de meri, reținuți prin legături transversale secundare. Acesta prezintă o microstructură neomogenă datorită faptului că este parțial cristalin.

A fost determinată cristalinitatea poliamidei 6 bloc, prin difracție cu raze X pe un aparat Kristalloflex 4. Cristalinitatea inițială a poliamidei este de 27,6%. În funcție de treapta de încărcare în material s-a produs o modificare a cristalinității indicată în tabelul 2.

Tabelul 2

Treapta de încărcare σ daN/cm^2	Cristalinitatea %
86	28,1
105	30,3
117	31,15

În timpul procesului de deformație lanțurile macromoleculare se apropie sau se depărtează unele de altele, ducînd la modificarea legăturilor transversale, deci la schimbarea cristalinității. Schimbarea structurii materialului, la aplicarea unei solicitări exterioare, atrage după sine comportarea neliniară a acestuia.

Spre deosebire de metale, care prezintă numai fluaj fizic, datorat alunecării relative a cristalelor, polimerii manifestă fluaj fizic și chimic. Fluajul fizic constă în alunecarea segmentelor de macromolecule unele în raport cu celelalte. Fluajul chimic are loc datorită apariției unor reacții care duc la rearanjarea continuă, respectiv la modificarea structurii, ca urmare a fenomenului de rupere și de recombinare a lanțurilor din macromoleculă sub efectul eforturilor unitare care iau naștere în material.

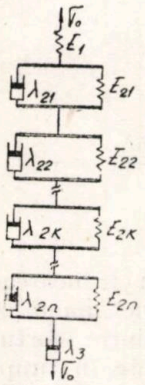


Fig. 4

3. Modelarea rezultatelor obținute la fluaj

Pentru studiul comportării la fluaj a poliamidei 6 bloc s-a folosit un model reologic compus dintr-un arc, un cilindru cu piston și un element Voigt generalizat (fig. 4), deoarece în procesul de elasticitate întîrziată materialul prezintă mai mulți timpi de întîrziere.

Ecuația reologică dată de acest model este :

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E_1} + \sum_{k=1}^{n} \frac{\sigma_0}{E_{2k}} \left(1 - e^{-\frac{E_{2k}}{\lambda_{2k}} t}\right) + \frac{\sigma_0}{\lambda_3} t. \qquad (2)$$

Parametrii reologici au fost determinați în funcție de datele experimentale.

4. Stabilirea relației empirice la fluaj

În vederea stabilirii relației empirice la fluaj, pentru materialul studiat, s-a ținut seama de următorii factori principali :

1. Reprezentarea unei curbe cît mai apropiate de cea obținută pe cale experimentală.

2. Valabilitatea relației pentru toate treptele de încărcare (în domeniul de eforturi studiat).

3. Includerea în relație a celor trei componente ale deformației, rezultate prin modelare.

4. Valabilitatea relației în toate zonele procesului de deformație.

5. Neliniaritatea în comportarea mecanică a materialului.

Relația propusă este de forma :

$$\varepsilon = \frac{\sigma^m}{E} + D\sigma^n (1 - e^{-pt}) + B\sigma^n [-|t - c| + (t + c)], \tag{3}$$

unde : σ^m/E reprezintă deformația elastică inițială, $D\sigma^n (1 - e^{-pt})$ — deformația elastică întîrziată, $B\sigma^n[-|t - c| + (t + c)]$ — deformația vîscoasă remanentă.

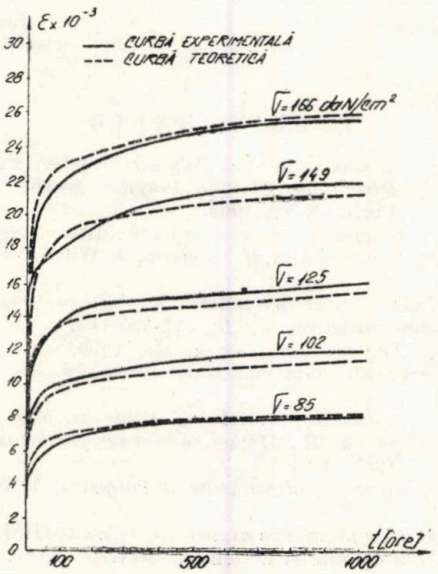


Fig. 5

La durate reduse, deformația vîscoasă, dată de termenul $B\sigma^n[-|t- c| + (t + c)]$, se poate neglija și în acest caz relația (3) devine :

$$\varepsilon = \frac{\sigma^m}{E} + D\sigma^n (1 - e^{-pt}). \tag{4}$$

La durate mari deformația elasto-vîscoasă se apropie asimptotic de deformația elastică, termenul e^{-pt} poate fi neglijat și relația (3) devine :

$$\varepsilon = \frac{\sigma^m}{E} + D\sigma^n + B\sigma^n [-|t-c| + (t+c)]. \tag{5}$$

Cu ajutorul datelor experimentale s-au calculat coeficienții, pentru timpul exprimat în secunde, obținîndu-se următoarele valori :

$$m = 2{,}3\ ;\ n = 1{,}35\ ;\ B = 0{,}475.10^{-12}\ ;\ D = 10^{-5}\ ;$$
$$p = 1{,}1.10^{-5}\ ;\ E = 9{,}38.10^{6}\ ;\ C = 2{,}52.10^{6}.$$

Înlocuind valorile coeficienților în relația (3) se obține :

$$\varepsilon = \frac{\sigma^{2,3}}{9{,}38.10^{6}} + 10^{-5}\sigma^{1,35}(1-e^{-1{,}1.10^{-5}t}) + 0{,}475.10^{-12}\sigma^{1,35}[-|t-2{,}52.10^{6}| + (t+2{,}52.10^{6})]. \tag{6}$$

Folosind relația (6) s-au trasat curbele teoretice pentru cele cinci trepte de încărcare. În fig. 5 se arată, comparativ, curbele teoretice și cele obținute pe cale experimentală.

Primită la 21 septembrie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de rezistența materialelor

BIBLIOGRAFIE

1. Alfrey T., *Mechanical Behaviour of High Polymers.* Intersci. Publ., N. Y., 1948.
2. Baer E., *Engineering Design for Plastics.* Polymer Science and Engineering Series, Reinhold Publ. Corp., N.Y., 1964.
3. Бранков Г. И., *Механика на полимерите.* Былг. Акад. Наук, Софя, 1967.
4. Ferry J. D., *Viscoelastic Properties of Polymers.* J. Wiley a. Sons, Inc., N.Y., London, 1961.
5. Jinescu V., *Corpuri viscoelastice, comportarea vîscoelastică a materiei.* Materiale plastice—elastomeri—fibre sintetice, 8, *10,* 511-520 (1971).
6. Качанов Л. М., *Теория ползучести.* М., 1960.
7. Meares P., *Polymers : Structure and Bulk Properties.* Van Nostrand Reinhold Co., London, 1971.
8. Nielsen L., *The Mechanical Properties of Polymers.* Monsato Chemical, 1963.
9. Simionescu Cr., Oprea Cl., *Mecano-chimia compușilor macromoleculari.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1967.
10. Tobolsky A. V., *Properties and Structure of Polymers.* J. Wiley a. Sons, Inc., N. Y., London, 1969.
11. * * * *Utilizări ale materialelor plastice în construcții.* ICECECHIM, Ed. Centrul de documentare al industriei chimice și petroliere, 1971.

THE VISCO-ELASTIC BEHAVIOUR OF THE 6 BLOCK POLYAMIDE
I. The Creep

(Summary)

The results obtained at creep useful for the management of the material are given.
For inferring the behaviour at creep a rheological model is proposed.
An empiric formula available for all the charging stages and for all the deformation process zones is established.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), fasc. 3—4, 1976
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

RECENZII

BOOK-REVIEWS РЕЦЕНЗИИ

REIMBERT M. a. A., *Retaining Walls, Anchorages and Sheet Pilling.* Trans Tech S. A., Aedemannsdorf, Switzerland, 1974, 284 pp.

These book belongs to the Series on Rock and Soil Mechanics, edited by the Trans Tech Publications.

It deals with a new method for the design of retaining walls which is based on a large research and experimental work carried out by the authors.

The results obtained in this way agree better than other classical theories observed in the actual phenomena.

The thrust and passive resistence calculations can be made using simple formulas which are very easy applied for practical purposes.

The authors have combined these formulas into a universal one which defines the forces which affect the equilibrum of any granular material in various conditions, in relation with the slope of the wall and the existence of surcharge or not.

The theoretical results are illustrated by many applications by means of formulas and design charts for retaining walls, anchorage blocks and plates and sheet piling.

This book is of a particular interest for all designing engineers who can use them easy for the calculation of retaining structures, in a well defined limit of safety.

Therefore it can be recomanded to students and civil engineers in the field of design and construction.

In this way we must underline the precious contribution of the Trans Tech Publications concerning the publishing of books for all people dealing with Soil Mechanics.

T. Silion

* * * *Handbook on Mechanical Properties of Rocks.* Vol. I, Trans Tech S. A., Aedemannsdorf, Switzerland, 1973, 280 pp.

The first volume of the *Handbook on Mechanical Properties of Rocks* presents a very great interest for all those who deals with problems of mechanical properties of rocks.

The dam constructions in our country require a deep knowledge about the mechanical properties of rocks and the investigation of these properties stand closely together with the technology of the experiments, devices and apparata needed for this purpose.

The book presents many aspects referring to problems like the state of stress, strain or stored energy, mode of faillure, sampling and preparation of specimens ; the factors which affect the test results ; testing equipement and testing techniques for different kinds of tests as compressive, tensil and shear strength of rock.

Each chapter contains also many references to the best known scientists who deal with these problems.

So this handbook presents a detailed treatement of the subject taken from a widespreed literature in a simple, clear and logical form.

Similar to the other books published by the Trans Tech Publications this one is a very good help for all civil engineers dealing with rock mechanics.

Therefore it can be recomanded to civil engineers in the field of design and construction in rocky grounds.

T. Silion

TESDORF C. J., *Systematische Bibliographie zum Städtebau, (Stadtgeographie — Stadtplanung — Stadtpolitik)*, Carl Heymanns Verlag, Köln-Berlin-Bonn-München, 1975, 618 S.

The impetuous process of urbanization in our days all over the world, is one of the most important phenomena the science is confronted, together with the development of modern technology, atomic power, computers, large organizations, etc. So that, traditional urban and regional planning has restructured at a great extent to be able to cope with the complex and fast changing world to the urban realm. The study of human settlements became inter- and multidisciplinary. Besides architecture, urban and regional planning and civil engineering, a lot of other disciplines focused on this field, such as : economics, sociology, urban - geography, environmental sciences (ecology, meteorology, urban-hygiene), physics, biology, medicine, antropology, juridical sciences, cybernetics, systems theory and futurology.

Thus, a lot of investigations were accomplished, from different points of view, the result of which was : the change of goals and objectives in planning, the change of planning methods, the change of professional structure and organizations in planning and the change of the value of social position of urban planning. Of course, that all these were accompanied by a proliferation of professional studies, books and papers in different fields which study the human settlements, so that the task of being up-to-date with the vast information is seriously difficult.

It is the goal of this marvellous bibliography to help everyone interested to find the needed literature. The book is intended not only for urban and regional planners, but also for students and science men from different disciplines close to urban phenomena, as well as to decision-makers municipal organizations.

This bibliography contents 12 500 titles, especially issued in West and East Germany, but there are reported also a series of other foreign bibliography. The titles are organized in 13 chapters focused on principal problems and disciplines, such as : generalities (cybernetics, mathematics, computer science, sociology, futurology, etc.), environmental science, general problems of urban planning, the analysis of urban structure, housing, traffic planning, planning of industrial zones, urban demography, urban-infrastructure, etc. If a title treats a wider problem it may apear in different chapters, reported by authors or by subject, thus being easier to find it by problem of interest.

Therefore, this bibliography proves to be not only a useful work for those studying the urban phenomena, but also an indispensable reference, giving a comprehensive view of the literature.

S. Holtier

HELLY W., *Urban Systems Models*. Academic Press, 1975,

This book, from the Operations Research and Industrial Engineering Series, is a condensed introduction to a variety of models used in urban planning. It has no intention to introduce anyone to the practice of urban planning. The book is confined only to modeling methodologies (in an operations research view) used like tools for analysing (simulating and sometimes optimising) population change, urban economy, land use, transportation networks, congestion, public facility siting and resource allocation in congested urban environments, omitting some systems like those for sewage disposal, etc.

The book wrote in a style close to a didactic manner, can serve like a one-term course at the senior or graduate level. The subject matter is rather difficult and presume a prerequisite knowledge of college-level calculus and some concepts in elementary probability and linear algebra. Nevertheless, models are shown in a general and often simplified way with some explanations of the mathematical apparatus to make the matter easer to be grasped. For some models are considered briefly even calibrating procedures, without going too deep into sophisticated statistical analysis required by first-rate calibration.

No knowledge is assumed and no material is presented on the use of electronic computers, although for practical applications many of the exibited models must be programmed for such machines.

At the end of most chapters are offered a number of open ended problems which have not unique correct solutions and can be answered at quite varied levels of effort and sophistication.

Although the main features of urban life are treated one by one in the 8 chapters (one of which is the introduction), the book in many places, point out for a more comprehensive way to model the urban systems like whole entities : the methodological inaccuracy of decoupling land use and transportation models, the strong relationship between population, economy,

land use and transportation models, etc. The author views the urban area as a social rather than a physical entity. Special emphasis is placed on transportation and congestion, these being better understood and studied longer than some other equally important topics.

For further study and different difficulties encoutered, the reader may find effective help in references added at every chapter, chosen from the very large literature by author point of view and experience.

This book is aimed specifically at students in systems engineering and operations research, industrial engineering, transportation planning and civil engineering. But it is intended that the book be suitable for students with quite varied backgrounds, like students of urban planning and public administration, provided that they have prerequisite knowledge of college-level calculus.

S. Holtier

BERTIER P., BOUROCHE J. M., *Analyse des données multidimensionnelles.* (Collection Systèmes-Décisions). Presses Universitaires de France, Paris, 1975, 270 pp.

The authors, statisticians with a large practical experience in the field of economic studies, marketing and management in industry and public administration, display in these book, in an accesible, concise way, on the background of actual cases, the modern methods of analysis and structuring of multidimensional data, quantitative and qualitative, gathered by inquiry techniques. In the modern world, which led to the birth of large computers and in which were issued larger and larger amount of data, the methods of clasical statistics has been proved insufficient, these taking into acount only quantitative measurable data and in a limited number. Descriptive statistics has been proved, in this case, to offer a lot of advantages to analysis of phenomena behind the set of data, becoming an important chapter of statistics. Thus, the book presents in a didactic way like a textbook, a number of more essential modern methods of descriptive statistics, to which the authors emphasize advantages like : the possibility of global studies including all the salient features, emphasizing of qualitative phenomena, the necessity of using only a small number of hypotheses, the possibility of studing similarities and differences, the vizualizing of data, the cut down of information to express the essential relations by eliminating redundancies, etc. The methods of calculus of probability are not attacked, this subject-matter being well treated in all the handbooks of classical statistics. The authors give only a concise, geometric display of the regression method, in an annex. Generally, the book does not pretend special mathematics beyond the school-leaving examination level, rather only the power to concentrate.

It is showed that informations gathered by inquiries must be „described" and „analysed", one must find „vizualizing" methods of essential phenomena hiding in data, methods serving to „structuring" of the date so that these could be well understood in their main lines ; finally it is necessary a process of „explanation" of the structure of data by means of socio-economic variables in the view of decision making for different policies of actions. In the introductory chapter, in connection with these studying stages, it is done a classification of the methods, after some criteria. From the users point of view the methods are devided into descriptive methods and explicative methods. The firsts contain methods for vizualizing (mapping) or structuring by classification (clustering, taxonomy), or by ordering after a partial order or total order. The explicative methods give a way for explaining the relations between one or many characteristics (variables to be explained) and the others (explaining variables). By didactic reasons, the authors have devided the book in three main sections : algebric methods, geometric methods and modern methods. The first two sections have an introductory chapter in which are presented notions of modern algebra (binary relations), respectively of liniar algebra, used in the following chapters. In the section of algebric methods are presented especially investigating methods of ordered structures or equivalence ones (hierarchycal classification), these being then structuring methods. The methods from the second section are named geometric because it was introduced the notion of distance (within the framework of liniar algebra). Except the introductory chapter, in every chapter of this section it is exposed a method : classification, the analysis of main components, the analysis of correspondences, the canonical analysis, the discrimination analysis and segmentation. The third section is devoted to some modern methods used in the last times in United States and in France : the proximities analysis and the preferences analysis. In a final chapter it is demonstrated how can be used these methods in a market study of dietetic goods. For each method presented, steming from actual cases, it is

done a precise theoretical exposition together with the corresponding solving algorithms and the analysis of outputs of used programms, after which it is showed some fields for possible investigations and applications. The programms of the algoritms belong to the library of P.S.D. (Programmes de Structuration de Données) of the Applied Informatics Society which garantees the computers of S.E.M.A. Society (Metra-International).

The book is very useful to those implied in socio-economical studies, as well as for many other disciplins : estetics, architecture, urbanism, psychology, antropology, medicine, lingvistics, phonetics, geography, botanics, etc.

Examples presented, generally come from the number of actual problems which the authors have studied for industries and administrations under the Scientific Staff of S.E.M.A.

S. Holtier

HANNA T. H., *Foundation Instrumentation*. Trans Tech S. A., Aedermannsdorf, Switzerland, 1973, 372 pp.

These book belongs to the Series on Rock and Soil Mechanics edited by the Trans Tech Publications.

It deals with many methods and devices concerning soil exploration and instrumentation for testing foundations and earth works.

After discussing the physical and mechanical properties of soils and the principles of foundation design, the author points out the present limitations in the design of foundations by field and laboratory tests.

In this purpose some methods and apparata for load measurements, earth pressure measurements and measurement of ground movements are presented in order to render us able to obtain quantitative ground data.

By means of this methods and apparata, many problems in foundation engineering, indicated in chapter 6 of this book, are possible to be strudied showing how the instrumentation may be used to give typical results on the performance and behaviour of foundations and earth works.

Chapter 7 gives qualitative description of data related to acquisition and processing and chapter 8 the instrumentation of laboratory scale foundations.

Similar to the other books published by the Trans Tech Publications, this one is a very good help for civil engineers who are dealing in the field of construction and research.

It can be recomanded warmly for all who understand the need performance evaluation.

T. Silion

Tiparul executat la Întreprinderea poligrafică
Iaşi, str. Vasile Alecsandri nr. 6,
sub comanda nr. 379
REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

1977 MAR 29

40822